

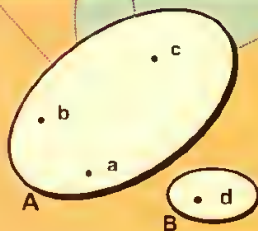
LÊ NHỨT

GIẢI BÀI TẬP

TOÁN

6

TẬP MỘT



LÊ NHỨT

Giải bài tập
TOÁN 6

Tập một



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Đơn vị liên kết:
Công ty sách học Hồng

Lời nói đầu

Quyển sách **GIẢI BÀI TẬP TOÁN 6** tập một này được biên soạn theo chương trình sách giáo khoa hiện hành, nhằm giúp các em có tài liệu tham khảo để ôn tập, củng cố kiến thức, đồng thời vận dụng để làm những bài tập có dạng tương tự hoặc nâng cao đạt kết quả tốt.

Quý thầy cô và quý phụ huynh có thể xem quyển sách này như tài liệu tham khảo thêm.

Chúng tôi mong đón nhận ý kiến xây dựng từ quý độc giả.

NHÓM BIÊN SOẠN

PHẦN SỐ HỌC

Chương I.

ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

§1. TẬP HỢP - PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập hợp là một khái niệm cơ bản của toán học (không định nghĩa).
 - Phần tử a thuộc tập hợp A , kí hiệu $a \in A$;
 - Phần tử a không thuộc tập hợp A , kí hiệu $a \notin A$.
2. Để viết một tập hợp, thường có hai cách:
 - Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp đó;
 - Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Cho ba tập hợp: $A = \{a; b; c; d\}$; $B = \{b; m; n; p\}$; $C = \{c; d; e; g\}$.

Dùng kí hiệu $\in$ và $\notin$ để ghi các phần tử:

- a) Thuộc A mà không thuộc B , thuộc B mà không thuộc A .
- b) Thuộc A mà không thuộc C , thuộc C mà không thuộc A .
- c) Thuộc B mà không thuộc C , thuộc C mà không thuộc B .

Bài giải

- a) Các phần tử thuộc A mà không thuộc B là: $a, c, d \in A$ và $a, c, d \notin B$
Các phần tử thuộc B mà không thuộc A là: $m, n, p \in B$ và $m, n, p \notin A$
- b) Các phần tử thuộc A mà không thuộc C là: $a, b \in A$ và $a, b \notin C$.
Các phần tử thuộc C mà không thuộc A là: $e, g \in C$ và $e, g \notin A$
- c) Các phần tử thuộc B mà không thuộc C là: $b, m, n, p \in B$ và $b, m, n, p \notin C$.
Các phần tử thuộc C mà không thuộc B là: $c, d, e, g \in C$ và $c, d, e, g \notin B$.

B. Bài tập căn bản

- i. Viết tập hợp A các số tự nhiên lớn hơn 8 và nhỏ hơn 14 bằng hai cách, sau đó điền kí hiệu thích hợp vào ô vuông:

$$12 \square A; \quad 16 \square A$$

2. Viết tập hợp các chữ cái trong cụm từ "TOÁN HỌC".
 3. Cho hai tập hợp: $A = \{a, b\}$; $B = \{b, x, y\}$. Điền kí hiệu thích hợp vào ô vuông:

$$x \square A; \quad y \square B; \quad b \square A; \quad o \square B.$$

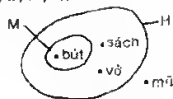
4. Nhìn vào các hình a, b và c, viết các tập hợp A, B, M, H:



a)



b)



c)

5. a) Một năm gồm bốn quý. Viết tập hợp A các tháng của quý II trong năm.
 b) Viết tập hợp B các tháng (dương lịch) có 30 ngày

Hướng dẫn

1. Liệt kê các phần tử của tập hợp: $A = \{9; 10; 11; 12; 13\}$
 Chỉ ra tính chất đặc trưng: $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 8 < n < 14\}$
 Điền kí hiệu thích hợp vào ô vuông: $12 \in A; 16 \notin A$
2. $\{T, O, A, N, H, C\}$
3. $x \notin A; y \in B; b \in A$ và $b \in B$
4. a) $A = \{15; 26\}$
 b) $B = \{1, a, b\}$
 c) $M = \{\text{bút}\}; H = \{\text{bút, sách, vở}\}; M \subset H; \text{mũ} \notin H$
5. a) Tập hợp A các tháng của quý II trong năm là:
 $A = \{\text{tháng 4; tháng 5; tháng 6}\}$
 b) Tập hợp B các tháng dương lịch có 30 ngày là:
 $B = \{\text{tháng 4; tháng 6; tháng 9; tháng 11}\}$

C. Bài tập nâng cao

Viết các tập hợp bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

1. $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}; 99996 < x < 100001\}$
 2. $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}; x + x \leq 2\}$; 3. $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}; x \cdot x < 2\}$
 4. $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}; 4 - x > 3\}$; 5. $E = \{x \mid x \in \mathbb{N}; 12 : x > 7\}$

Đáp số: 1. $A = \{99997; 99998; 99999, 100000\}$

$$2. B = \{0; 1\};$$

$$3. C = \{0; 1\}$$

$$4. D = \{0\};$$

$$5. E = \{1\}$$

§2. TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

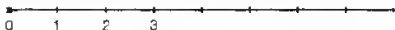
1. Tập hợp các số tự nhiên được kí hiệu là N :

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

2. Tập hợp các số tự nhiên khác 0 được kí hiệu là N^* :

$$N^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

3. Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bởi một điểm trên tia số. Trên tia số, điểm biểu diễn số nhỏ ở bên trái điểm biểu diễn số lớn.



II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- a) Tìm x , biết $x \in N$ và $x < 5$; $27 < x < 32$;
b) Tìm y , biết $y \in N$ và $y < 8$; $101 < y \leq 106$;
c) Viết tập hợp các số tự nhiên lẻ m sao cho $71 \leq m \leq 93$.

Bài giải

- a) * Các số tự nhiên x thỏa mãn điều kiện $x < 5$ là: $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$
* Các số $x \in N$ và thỏa mãn điều kiện $27 < x < 32$ là: $x \in \{28, 29, 30, 31\}$
b) * Các số $y \in N$ và thỏa mãn điều kiện $y < 8$ là:
 $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
* Các số $y \in N$ và thỏa mãn điều kiện $101 < y \leq 106$ là:
 $y \in \{102, 103, 104, 105, 106\}$
c) Tập hợp A các số tự nhiên lẻ m thỏa mãn điều kiện $71 \leq m \leq 93$ là:
 $A = \{71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93\}$

B. Bài tập căn bản

6. a) Viết số tự nhiên liền sau mỗi số: 17; 99; a (với $a \in N$)
b) Viết số tự nhiên liền trước mỗi số: 35; 1000; b (với $b \in N^*$)
7. Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử:
a) $A = \{x \in N \mid 12 < x < 16\}$; b) $B = \{x \in N^* \mid x < 5\}$;
c) $C = \{x \in N \mid 13 \leq x \leq 15\}$.
8. Viết tập hợp A các số tự nhiên không vượt quá 5 bằng hai cách. Biểu diễn trên tia số các phần tử của tập hợp A .
9. Điền vào chỗ trống để hai số ở mỗi dòng là hai số tự nhiên liên tiếp tăng dần: 8
a, 8

10. Điền vào chỗ trống để ba số ở mỗi dòng là ba số tự nhiên liên tiếp giảm dần: , 4600,
 , , a

Hướng dẫn

6. a) Số tự nhiên liền sau số 17 là số 18; liền sau số 99 là 100; liền sau số a (với $a \in \mathbb{N}$) là số $a + 1$.
 b) Số tự nhiên liền trước số 35 là số 34; liền trước số 1000 là số 999, liền trước số b (với $b \in \mathbb{N}^*$) là $b - 1$.
 7. a) $A = \{13, 14, 15\}$; b) $B = \{1, 2, 3, 4\}$; c) $C = \{13, 14, 15\}$
 8. - Liệt kê: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 - Tính chất đặc trưng: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$
 - Biểu diễn trên tia số các phần tử của tập hợp A.



9. a) 7 ; 8 b) a ; a + 1
 10. a) 4601; 4600; 4599 b) a + 2 ; a + 1 ; a

§3. GHI SỐ TỰ NHIÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trong hệ thập phân, cứ 10 đơn vị ở một hàng thì làm thành một đơn vị ở hàng trên liền trước nó.
2. Để ghi số tự nhiên trong hệ thập phân, người ta dùng mười chữ số là: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
3. Trong hệ thập phân, giá trị mỗi chữ số thay đổi theo vị trí.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- a) Với 3 chữ số khác 0: a, b, c. Hãy viết tất cả các số có ba chữ số.
 b) Dùng ba chữ số 3, 6, 8 hãy viết tất cả các số có ba chữ số.

Bài giải

- a) Từ ba chữ số a, b, c, khác 0 ta viết được các số có ba chữ số như sau:
 Chọn a là chữ số hàng trăm, ta có: $\overline{abc}$; $\overline{acb}$
 Chọn b là chữ số hàng trăm, ta có: $\overline{bac}$; $\overline{bca}$

Chọn c là chữ số hàng trăm, ta có: $\overline{cab}$; $\overline{cba}$

Vậy có tất cả 6 số có 3 chữ số được lập từ ba chữ số khác 0: a, b, c, đó là:
 $\overline{abc}$; $\overline{acb}$; $\overline{bac}$; $\overline{bca}$; $\overline{cab}$; $\overline{cba}$

- b) Từ ba chữ số 3; 6; 8 ta có thể viết được tất cả 6 số có ba chữ số như sau:
 368; 386; 638; 683; 836; 863

B. Bài tập căn bản

11. a) Viết số tự nhiên có số chục là 135, chữ số hàng đơn vị là 7.
 b) Điền vào bảng:

Số đã cho	Số trăm	Chữ số hàng trăm	Số chục	Chữ số hàng chục
1425				
2307				

12. Viết tập hợp các chữ số của số 2000.
 13. a) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số.
 b) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau.
 14. Dùng ba chữ số 0, 1, 2 viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số khác nhau.
 15. a) Đọc các số La Mã sau: XIV; XXVI
 b) Viết các số sau bằng số La Mã: 17, 25
 c) Cho chín que diêm như trên hình bên. Đổi chỗ một que diêm để được kết quả đúng.



Hướng dẫn

11. a) 1357
 b) Điền vào bảng

Số đã cho	Số trăm	Chữ số hàng trăm	Số chục	Chữ số hàng chục
1425	14	4	142	2
2307	23	3	230	0

12. {2; 0}
 13. a) 1000; b) 1023
 14. {20; 210; 102; 201}
 15. a) XIV = 14 ; XXVI = 26;
 b) 17 = XVII ; 25 = XXV
 c) IV = V - I hoặc V = VI - I

C. Bài tập nâng cao

1. Viết số: a) Số lớn nhất có 10 chữ số khác nhau.
 b) Số nhỏ nhất có 10 chữ số khác nhau.

Giải

- a) Chữ số đầu tiên phải là chữ số lớn nhất, đó là chữ số 9. Chữ số tiếp theo phải là chữ số lớn nhất khác 9, đó là chữ số 8, ...
Vậy số phải tìm là: 9878543210.
- b) Chữ số đầu tiên bên trái nhỏ nhất khác 0, đó là chữ số 1; chữ số tiếp theo phải là chữ số nhỏ nhất khác 1, đó là chữ số 0; chữ số tiếp theo là chữ số nhỏ nhất khác 0 và khác 1, đó là chữ số 2, ...
Vậy số phải tìm là: 1023456789.
2. Trong các số tự nhiên từ 100 đến 10000 có bao nhiêu số có đúng ba chữ số giống nhau?

Giải

- * Nếu ba chữ số lặp lại là ba chữ số 0, thì số đó có dạng $\overline{a000}$ trong đó a có 9 giá trị ($a = 1, 2, 3, \dots, 9$). Vậy có 9 số.
- * Nếu ba chữ số lặp lại là ba chữ số khác 0, số đó có bốn dạng:

$$\begin{array}{l} \overline{axxx} : \\ \overline{xaxx} : \\ \overline{xxax} : \\ \overline{xxxa} : \end{array} \quad \text{trong đó} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bullet a \neq x \\ \bullet a \text{ có 9 giá trị (trừ giá trị } x=a) \\ \bullet x \text{ có 9 giá trị (trừ giá trị } x=0) \end{array} \right.$$

Vậy có $4.9.9 = 324$ số.

Vậy tổng cộng có $9 + 324 = 333$ số đúng có ba chữ số giống nhau trong các số tự nhiên từ 100 đến 10000.

3. Dùng từ 1 đến 3 que diêm, có thể ghi được số nào trong hệ La Mã.

Giải

Dùng 1 que diêm, ta ghi được số: I

Dùng 2 que diêm, ta ghi được các số: II, V, X, L

Dùng 3 que diêm, ta ghi được các số: III, IV, VI, IX, XI, LI

4. Viết các số La Mã tương ứng với các chữ số: 24; 46; 35.

Giải

$$24 = XXIV ; \quad 46 = XLVI ; \quad 35 = XXXV.$$

§4. SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP. TẬP HỢP CON

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào.
2. Tập hợp con:
 $A \subset B$ (Tập hợp A là tập hợp con của tập hợp B) nếu $x \in A$ thì $x \in B$.
Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập rỗng. Kí hiệu $\emptyset$.
Tập hợp rỗng được coi là tập hợp con của mọi tập hợp.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- a) Viết tập hợp các số lẻ từ 10 đến 24. Tập hợp này có bao nhiêu phần tử? Hai số lẻ 9 và 25 có thuộc tập hợp này không?
- b) Cho tập hợp $A = \{a; b; c\}$. Viết tất cả các tập hợp con của A.

Bài giải

- a) Gọi A là tập hợp các số lẻ từ 10 đến 24. Ta có: $A = \{11; 13; 15; 17; 19; 21; 23\}$.
Tập hợp A có 7 phần tử. Hai số lẻ 9 và 25 không thuộc tập hợp A.
- b) Các tập hợp con của A là: $\emptyset; \{a\}; \{b\}; \{c\}; \{a; b\}; \{a; c\}; \{b; c\};$ và $\{a; b; c\}$

B. Bài tập căn bản

16. Nổi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử?
 - a) Tập hợp A các số tự nhiên x mà $x - 8 = 12$.
 - b) Tập hợp B các số tự nhiên x mà $x + 7 = 7$.
 - c) Tập hợp C các số tự nhiên x mà $x \cdot 0 = 0$.
 - d) Tập hợp D các số tự nhiên x mà $x \cdot 0 = 3$.
17. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử?
 - a) Tập hợp A các số tự nhiên không vượt quá 20.
 - b) Tập hợp B các số tự nhiên lớn hơn 5 nhưng nhỏ hơn 6.
18. Cho $A = \{0\}$. Có thể nói rằng A là tập hợp rỗng hay không?
19. Viết tập hợp A các số tự nhiên nhỏ hơn 10, tập hợp B các số tự nhiên nhỏ hơn 5, rồi dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa hai tập hợp trên.
20. Cho tập hợp $A = \{15; 24\}$. Điền kí hiệu $\in, \subset$ hoặc $=$ vào ô vuông:
 - a) 15 A;
 - b) $\{15\}$ A;
 - c) $\{15; 24\}$ A

Hướng dẫn

16. a) $A = \{20\}$. Tập A có 1 phần tử;
b) $B = \{0\}$. Tập hợp B có 1 phần tử;
c) $C = \mathbb{N}$. Tập C có vô số phần tử;
d) $D = \emptyset$. Tập D không có phần tử nào.
17. a) $A = \{0; 1; 2; \dots; 19\}$. Tập hợp A có 20 phần tử.
b) $B = \emptyset$. Tập F không có phần tử nào (vì giữa hai số tự nhiên 5 và 6 không có số tự nhiên nào khác).
18. Với $A = \{0\}$ ta nói rằng tập hợp A có 1 phần tử, đó là phần tử 0. Do đó, nói rằng $A = \emptyset$ là không đúng.
19. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
Ta nhận thấy mọi phần tử của tập hợp B đều là phần tử của tập hợp A .
Vậy $B \subset A$.
20. a) $15 \in A$; b) $\{15\} \subset A$; c) $\{15; 24\} \subset A$

C. Bài tập nâng cao

10. Cho A là tập hợp 5 số tự nhiên đầu tiên và B là tập hợp 3 số chẵn đầu tiên.
a) Chứng tỏ $B \subset A$.
b) Viết các tập hợp M sao cho $B \subset M$ và $M \subset A$. Có bao nhiêu tập hợp M như vậy?

Giải

- a) Ta có $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$; $B = \{0; 2; 4\}$

Ta thấy mọi phần tử của B đều thuộc A . Vậy $B \subset A$.

- b) Ta có $M_1 = B = \{0; 2; 4\}$

$$M_2 = \{0; 2; 4; 1\}$$

$$M_3 = \{0; 2; 4; 3\};$$

$$M_4 = A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

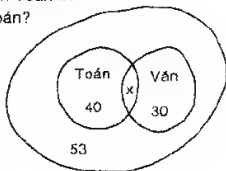
Có tất cả bốn tập hợp M thoả mãn điều kiện đề bài.

11. Một lớp học có 53 học sinh, qua điều tra thấy có 40 học sinh thích môn Toán và 30 học sinh thích môn Văn.
a) Có nhiều nhất bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Toán và Văn?
b) Có ít nhất bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Toán và Văn?
c) Nếu có ba học sinh không thích cả Văn lẫn Toán thì có bao nhiêu học sinh thích cả Văn lẫn Toán?

Giải

Vẽ sơ đồ Ven ta thấy:

- a) Số học sinh thích cả hai môn Văn và Toán nhiều nhất là 30 em. Đó là trường hợp cả 30 em học sinh thích Văn đều thích Toán.



b) Có $40 + 30 - x \leq 53$ hay $70 - x \leq 53$. Vậy $x \geq 17$.

Vậy có ít nhất 17 học sinh thích cả 2 môn Văn và Toán.

c) Có: $3 + 40 + 30 - x = 53$

$$73 - x = 53$$

$$x = 20.$$

Vậy có ít nhất 20 em thích Văn lẫn Toán.

Luyện tập

21. Tập hợp $A = \{8; 9; \dots; 20\}$ có $20 - 8 + 1 = 13$ phần tử.

Tổng quát: Tập hợp các số tự nhiên từ a đến b có $b - a + 1$ phần tử.

Hãy tính số phần tử của tập hợp sau: $B = \{10; 11; 12; \dots; 99\}$.

22. Số chẵn là số tự nhiên có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8, ... số lẻ là số tự nhiên có chữ số tận cùng là 1, 3, 5, 7, 9. Hai số chẵn (hoặc lẻ) liên tiếp thì hơn kém nhau 2 đơn vị.

a) Viết tập hợp C các số chẵn nhỏ hơn 10.

b) Viết tập hợp L các số lẻ lớn hơn 10 nhưng nhỏ hơn 20.

c) Viết tập hợp A ba số chẵn liên tiếp, trong đó số nhỏ nhất là 18.

d) Viết tập hợp B bốn số lẻ liên tiếp, trong đó số lớn nhất là 31.

23. Tập hợp $C = \{8; 10; 12; \dots; 30\}$ có $(30 - 8) : 2 + 1 = 12$ phần tử.

Tổng quát: - Tập hợp các số chẵn từ số chẵn a đến số chẵn b có:

$$(b - a) : 2 + 1 \text{ phần tử.}$$

Tập hợp các số lẻ từ số lẻ m đến số lẻ n có $(n - m) : 2 + 1$ phần tử.

Hãy tính số phần tử của tập hợp sau:

$$D = \{21; 23; 25; \dots; 99\};$$

$$E = \{32; 34; 36; \dots; 96\}$$

24. Cho A là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10, B là tập hợp các số chẵn, N^* là tập hợp các số tự nhiên khác 0.

Dùng kí hiệu $\subset$ để thực hiện quan hệ của mỗi tập hợp trên với tập N các số tự nhiên.

25. Cho bảng sau (theo Niên giám năm 1999)

Nước	Diện tích (nghìn km^2)
Bru-nây	6
Cam-pu-chia	181
In-đô-nê-xi-a	1919
Lào	237
Ma-lai-xi-a	330

Nước	Diện tích (nghìn km^2)
Mi-an-ma	677
Phi-líp-pin	300
Thái Lan	513
Việt Nam	331
Xin-ga-po	1

Viết tập hợp A bốn nước có diện tích lớn nhất, viết tập hợp B ba nước có diện tích nhỏ nhất.

Hướng dẫn

- 21.** Tập hợp $B = \{0; 11; 12; ... ; 99\}$ có $99 - 10 + 1 = 90$ phần tử.
22. a) $C = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ b) $L = \{11; 13; 15; 17; 19\}$
c) $A = \{18; 20; 22\}$ d) $B = \{25; 27; 29; 31\}$.
23. Tập hợp $D = \{21; 23; 25; ... ; 99\}$ có $(99 - 21) : 2 + 1 = 40$ phần tử.
24. Ta có: $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\};$
 $B = \{n \in N : n = 2k \text{ với } k \in N\}$
 $N^* = N \setminus \{0\}$
Vậy $A \subset N; B \subset N; N^* \subset N$.
25. – Bốn nước có diện tích lớn nhất:
In-đô-nê-xi-a: $1919000km^2;$ Mi-an-ma: $677000km^2$
Thái Lan: $513000km^2;$ Việt Nam: $331000km^2$
– Ba nước có diện tích nhỏ nhất:
Bru-nây: $6000km^2;$ Cam-pu-chia: $181000km^2$
Xin-ga-po: $1000km^2$

§5. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Phép tính \ Tính chất	Cộng	Nhân
Giao hoán	$a + b = b + a$	$a.b = b.a$
Kết hợp	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a.b).c = a.(b.c)$
Số đặc biệt	$a + 0 = 0 + a = a$	$a.1 = 1.a = a$
Phân phối của phép nhân đối với phép cộng	$a.(b + c) = a.b + a.c$	

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- a) Áp dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp của phép cộng để tính các tổng sau đây một cách nhanh nhất.
- $$87 + 35 + 13; \quad 277 + 114 + 86 + 123$$
- b) Tính nhanh các tổng sau:
- $$11 + 12 + 13 + 14 + 16 + 17 + 18 + 19$$
- $$99 + 98 + 97 + 96 + 95 + 94 + 93 + 92 + 91$$
- c) Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng để tính nhanh giá trị của các biểu thức sau:
- $$27.38 + 27.62, \quad 36(143 + 57) + 64(143 + 57)$$

Bài giải

- a) * Ta có: $87 + 35 + 13 = (87 + 13) + 35 = 100 + 35 = 135$
* Ta có: $277 + 114 + 86 + 123 = (277 + 123) + (114 + 86) = 400 + 200 = 600$
- b) * Ta có: $11 + 12 + 13 + 14 + 16 + 17 + 18 + 19$
 $= (11 + 19) + (12 + 18) + (13 + 17) + (14 + 16)$
 $= 30 + 30 + 30 + 30 = 120$
* Ta có: $99 + 98 + 97 + 96 + 95 + 94 + 93 + 92 + 91$
 $= (99 + 91) + (98 + 92) + (97 + 93) + (96 + 94) + 95$
 $= 190 + 190 + 190 + 190 + 95 = 855$
- c) * Ta có: $27.38 + 27.62 = 27(38 + 62) = 27.100 = 2700$
* Ta có: $36(143 + 57) + 64(143 + 57) = (143 + 57)(36 + 64) = 200.100 = 20000$

B. Bài tập căn bản

26. Cho các số liệu về quãng đường bộ: Hà Nội – Vĩnh Yên: 54 km,
Vĩnh Yên – Việt Trì: 19 km,
Việt Trì – Yên Bái: 82 km,
Tinh quãng đường ô tô đi từ Hà Nội lên Yên Bái qua Vĩnh Yên và Việt Trì.

27. Áp dụng các tính chất của phép cộng và phép nhân để tính nhanh:

- a) $86 + 357 + 14$; b) $72 + 69 + 128$;
c) $25.5.4.27.2$; d) $28.64 + 28.36$

28. Trên hình bên, đồng hồ chỉ 9 giờ 18 phút, hai kim đồng hồ chia mặt đồng hồ thành hai phần, mỗi phần có sáu số. Tính tổng các số ở mỗi phần, em có nhận xét gì?



29. Điền vào tờ hóa đơn:

STT	Loại hàng	Số lượng quyển	Giá đơn vị (đồng)	Tổng số tiền (đồng)
1	Vở loại 1	35	2000	...
2	Vở loại 2	42	1500	...
3	Vở loại 3	38	1200	...
Tổng				...

30. Tìm số tự nhiên x biết: a) $(x - 34).15 = 0$; b) $18(x - 16) = 18$.

Hướng dẫn

26. Quãng đường bộ cũng là quãng đường ô tô từ Hà Nội lên Việt Trì là.

$$54 + 19 + 82 = 155 \text{ (km)}$$

27. a) $86 + 357 + 14 = (86 + 14) + 357 = 100 + 357 = 457$
b) $72 + 69 + 128 = 69 + (72 + 128) = 69 + 200 = 269$
c) $25.5.4.27.2 = (25.4).(5.2).27 = (100.10).27 = 1000.27 = 27000$

$$d) 28.64 + 28.36 = 23(64 + 36) = 28.100 = 2800$$

28. Tổng các số ở phần thứ nhất của đồng hồ: $10 + 11 + 12 + 1 + 2 + 3 = 39$

Tổng các số ở phần còn lại: $4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$

Nhận xét: lúc 9g 18 phút, hai kim đồng hồ chia mặt đồng hồ ra làm 2 phần có tổng các số ở mỗi phần bằng nhau.

29.

STT	Loại hàng	Số lượng	Giá đơn vị (đồng)	Tổng số tiền (đồng)
1	Vở loại 1	35	2000	70000
2	Vở loại 2	42	1500	63000
3	Vở loại 3	38	1200	45600
Cộng				178600

30. a) $(x - 34).15 = 0$;

b) $18.(x - 16) = 18$

$$x - 34 = 0$$

$$x - 16 = 1$$

$$x = 34$$

$$x = 17$$

Luyện tập 1

31. Tính nhanh: a) $135 + 360 + 65 + 40$;

b) $463 + 318 + 137 + 22$;

c) $20 + 21 + 22 + \dots + 29 + 30$.

32. Có thể tính nhanh tổng $97 + 19$ bằng cách áp dụng tính chất kết hợp của phép cộng:

$$97 + 19 = 97 + (3 + 16) = (97 + 3) + 16 = 100 + 16 = 116.$$

Hãy tính các tổng sau bằng cách làm tương tự như trên:

a) $996 + 45$;

b) $37 + 918$.

33. Cho dãy số sau: 1, 1, 2, 3, 5, 8,...

Trong dãy số trên, mỗi số (kể từ số thứ ba) bằng tổng của hai số liền trước. Hãy viết tiếp bốn số nữa của dãy số.

34. Sử dụng máy tính bỏ túi

Các bài tập về máy tính bỏ túi trong cuốn sách này được trình bày theo cách sử dụng máy tính bỏ túi SHARP TK-340; nhiều loại máy tính bỏ túi khác cũng dùng tương tự.

a) Giới thiệu một số nút (phím) trong máy tính bỏ túi (h.13, SGK Toán 6 tập một).

– Nút mở máy: **ON/C**

– Nút tắt máy: **OFF**

- Các nút số từ 0 đến 9: 0 1 ... 9

Nút dấu cộng. +

Nút dấu "=" cho phép hiện ra kết quả trên màn hiển số: =

- Nút xóa (xóa số đưa vào bị nhầm): CE

b) Cộng hai hay nhiều số:

Phép tính	Nút ấn	Kết quả
$13 + 28$	1 3 + 2 8 =	41
$214 + 37 + 9$	2 1 4 + 3 7 + 9 =	260

c) Dùng máy tính bỏ túi tính các tổng:

$$1364 + 4578;$$

$$6453 + 1469;$$

$$5421 + 1469;$$

$$3124 + 1469;$$

$$1534 + 217 + 217 + 217$$

Hướng dẫn

31. a) $135 + 360 + 65 + 40 = 135 + 65 + 360 + 40 = 600;$

b) $463 + 318 + 137 + 22 = 463 + 137 + 318 + 22 = 940;$

c) $20 + 21 + 22 + \dots + 29 + 30 = 275$

32. Áp dụng tính chất kết hợp của phép cộng ta có:

a) $996 + (4 + 41) = 1000 + 41 = 1041$

b) $(35 + 2) + 198 = 35 + 200 = 235.$

33. Bốn số tiếp là: 13, 21, 34, 55.

34. c) 5492; 7922; 6890; 4593; 2185.

Luyện tập 2

35. Tìm các tích bằng nhau mà không cần tính kết quả của mỗi tích:

$$13.2.6; \quad 4.4.9; \quad 5.3.12; \quad 8.18; \quad 15.3.4; \quad 8.2.9.$$

36. Có thể tính nhẩm tích bằng cách:

Áp dụng tính chất kết hợp của phép nhân:

$$45.6 = 45.(2.3) = (45.2).3 = 90.3 = 270.$$

Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng:

$$45.6 = (40 + 5).6 = 40.6 + 5.6 = 240 + 30 = 270.$$

a) Hãy tính nhẩm bằng cách áp dụng tính chất kết hợp của phép nhân:

$$15.4; \quad 25.16; \quad 125.12.$$

b) Hãy tính nhẩm bằng cách áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng:

$$25.12; \quad 34.11; \quad 47.101$$

37. Áp dụng tính chất $a(b - c) = ab - ac$ để tính nhẩm

Ví dụ: $13.99 = 13.(100 - 1) = 1300 - 13 = 1287$.

Hãy tính: 16.19; 46.99; 35.98.

38. Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nút dấu nhân: $\boxed{\times}$

Phép tính	Nút ấn	Kết quả
42.37	$\boxed{4} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{3} \boxed{7} \boxed{=}$	1554
158.46.7	$\boxed{1} \boxed{5} \boxed{8} \boxed{\times} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{\times} \boxed{7} \boxed{=}$	50 676

Dùng máy tính bỏ túi để tính: 375.376; 624.625; 13.81.215.

39. Đố: Số 142 857 có tính chất đặc biệt. Hãy nhân nó với mỗi số 2, 3, 4, 5, 6, em sẽ tìm được tính chất đặc biệt ấy.

40. Bình Ngô đại cáo ra đời năm nào?

Năm $\overline{abcd}$, Nguyễn Trãi viết *Bình Ngô đại cáo* tổng kết thắng lợi của cuộc kháng chiến do Lê Lợi lãnh đạo chống quân Minh. Biết rằng $\overline{ab}$ là tổng số ngày trong hai tuần lễ, còn $\overline{cd}$ gấp đôi $\overline{ab}$. Tính xem $\overline{abcd}$ là năm nào.

Hướng dẫn

35. $15.2.6 = 5.3.12 = 15.3.4$ (đều bằng 15.12)

$4.4.9 = 8.18 = 8.2.9$ (đều bằng 16.9 hoặc 8.18)

36. a) $15.4 = 15.2.2 = 30.2 = 60$

$25.12 = 25.4.3 = 100.3 = 300$

$125.16 = 125.8.2 = 1000.2 = 2000$

b) $25.12 = 25.(10 + 2) = 25.10 + 25.2 = 250 + 50 = 300$

$34.11 = 34.(10 + 1) = 34.10 + 34.1 = 340 + 34 = 374$

$47.101 = 47.(100 + 1) = 47.100 + 47.1 = 4700 + 47 = 4747$.

37. $16.19 = 16.(20 - 1) = 16.20 - 16.1 = 320 - 16 = 304$

$46.99 = 46.(100 - 1) = 46.100 - 46.1 = 4600 - 46 = 4554$

$35.98 = 35.(100 - 2) = 35.100 - 35.2 = 3500 - 70 = 3430$

38. 141000; 390000; 226395.

39. Số 142857 nhân với 2, 3, 4, 5, 6 đều được tích là chính sáu chữ số ấy viết theo thứ tự khác.

$142857.2 = 285714$; $142857.3 = 428571$

$142857.4 = 571428$; $142857.5 = 714285$

$142857.6 = 857142$

40. Năm 1428.

C. Bài tập nâng cao

12. Cho ba chữ số 1; 2; 3. Tìm tổng của tất cả các số khác nhau viết bằng cả ba chữ số đó, mỗi chữ số dùng một lần.

Giải

Cách 1. Tổng phải tìm là $123 + 132 + 213 + 231 + 312 + 321 = 1332$

Cách 2. Mỗi chữ số đều được viết 2 lần ở hàng trăm, hai lần ở hàng chục và hai lần ở hàng đơn vị nên kết quả của tổng là: $222(1 + 2 + 3) = 1332$

13. Tìm tổng của tất cả các số có bốn chữ số trong đó mỗi số đều có đủ bốn chữ số 1; 2; 3; 4.

Giải

Giải tương tự cách 2 bài 12, ta được tổng 24 số lập ra là

$$6666(1 + 2 + 3 + 4) = 66660$$

14. Tính nhanh các tổng sau:

a) $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29$

b) $120 + 116 + 112 + 108 + 104 + 100 + 96 + 92 + 88 + 84 + 80$

Giải

Đây là các dãy số tự nhiên cách đều, nên ta tính nhanh bằng cách:

a) $(2 + 29) + (5 + 26) + (8 + 23) + (11 + 20) + (14 + 17)$

$$= 31 + 31 + 31 + 31 + 31$$

$$= 31 \cdot 5 = 155.$$

- b) Tương tự

$$120 + 116 + 112 + 108 + 104 + 100 + 96 + 92 + 88 + 84 + 80$$

$$= (120 + 80) + (116 + 84) + (112 + 88) + (108 + 92) + (104 + 96) + 100$$

$$= 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 100$$

$$= 1100$$

15. Tính nhanh: a) Tổng của số tự nhiên lẻ có 2 chữ số

- b) Tổng của các số tự nhiên có 3 chữ số.

Giải

- a) Các số tự nhiên lẻ có hai chữ số là: 11; 13; 15; 17; ... 95; 97; 99

$$\text{Từ 11 đến 99 có } \frac{99 - 11}{2} + 1 = 45 \text{ số lẻ}$$

Do đó tổng của các số tự nhiên lẻ có hai chữ số từ 11 đến 99 là:

$$\frac{99 + 11}{2} \cdot 45 = 2475$$

- b) Từ 100 đến 999 có $(999 - 100) + 1 = 900$ (số) nên có :

$$900 : 2 = 450 \text{ (cặp số)}$$

trong đó mỗi cặp đều có tổng là:

$$100 + 999 = 101 + 998 = \dots = 549 + 550 = 1099$$

Vậy tổng các số tự nhiên có 3 chữ số là: $1099 \times 450 = 494550$

§6. PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Cho hai số tự nhiên a và b , nếu có số tự nhiên x sao cho $b + x = a$ thì ta có phép trừ $a - b = x$.
- Cho hai số tự nhiên, trong đó $b \neq 0$, nếu có số tự nhiên x sao cho $b \cdot x = a$, thì ta nói a chia hết cho b và ta có phép chia hết $a : b = x$.

Ghi nhớ:

1. Điều kiện để thực hiện được phép trừ là số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ.
2. Điều kiện để a chia hết cho b ($a, b \in \mathbb{N}; b \neq 0$) là có số tự nhiên q sao cho $a = b \cdot q$.
3. Trong phép chia có dư thì: Số bị chia = số chia $\times$ thương + số dư
 $a = b \cdot q + r$ với $0 < r < b$
4. Số chia bao giờ cũng khác 0. Số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tính nhanh:
- a) $(505 + 275) - 275$; $(1907 + 2134) - 907$
 - b) $617 - (182 + 417)$; $258 - 179 - 21$
 - c) $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$

Bài giải

Áp dụng tính chất của phép trừ, ta có:

- a) * $(508 + 275) - 275 = 508 + 275 - 275 = 508$
* $(1907 + 2134) - 907 = 1907 - 907 + 2134 = 1000 + 2134 = 3134$
 - b) * $617 - (182 + 417) = 617 - 417 - 182 = 200 - 182 = 18$
* $258 - 179 - 21 = 258 - (179 + 21) = 258 - 200 = 58$
 - c) $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$
 $= (99 - 97) + (95 - 93) + (91 - 89) + \dots + (7 - 5) + (3 - 1)$
 $= 2 + 2 + 2 + 2 + \dots + 2 + 2$ (có 25 cặp) $= 50$
2. a) Tìm x , biết: $x : 9 = 11$; $x : 12 = 7$; $68 : x = 17$
b) Tính theo hai cách giá trị các biểu thức sau:
- $(27 + 45 + 18 + 81) : 9$; $(24 + 72 + 36 + 60) : 12$

Bài giải

a) Ta có:

$$x : 9 = 11$$

$$x = 11 \cdot 9$$

$$x = 99$$

$$x : 12 = 7$$

$$x = 7 \cdot 12$$

$$x = 84$$

$$68 : x = 17$$

$$x = 68 : 17$$

$$x = 4$$

b) * Cách 1 : $(27 + 45 + 18 + 81) : 9 = 171 : 9 = 19$

Cách 2 : $(27 + 45 + 18 + 81) : 9 = 27 : 9 + 45 : 9 + 18 : 9 + 81 : 9$
 $= 3 + 5 + 2 + 9 = 19$

Học sinh làm tương tự bài còn lại.

B. Bài tập căn bản

41. Hà Nội, Huế, Nha Trang, Thành phố Hồ Chí Minh nằm trên quốc lộ 1 theo thứ tự như trên. Cho biết các quãng đường trên quốc lộ ấy:

Hà Nội – Huế: 658 km

Hà Nội – Nha Trang: 1278 km

Hà Nội – Thành phố Hồ Chí Minh: 1710 km

Tính các quãng đường: Huế – Nha Trang, Nha Trang – Thành phố Hồ Chí Minh.

42. Cho số liệu về kênh đào Xuy-ê (Ai Cập) nối Địa Trung Hải và Hồng Hải được cho trong bảng 1 và bảng 2.

Bảng 1

	Năm 1869	Năm 1955
Chiều rộng mặt kênh	58 km	135 m
Chiều rộng đáy kênh	22 m	50 m
Độ sâu của kênh	6 m	13 m
Thời gian tàu qua kênh	48 giờ	14 giờ

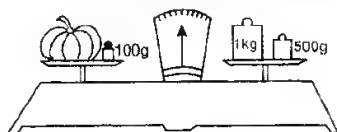


Bảng 2

Hành trình	Qua mũi Hảo Vọng	Qua kênh Xuy-ê
Luân Đôn – Bom-bay	17400 km	10100 km
Mac-xây – Bom-bay	16000 km	7400 km
Ô-đet-xa – Bom-bay	19000 km	6800 km

- a) Trong bảng 1, các số liệu ở năm 1955 tăng thêm (hay giảm bớt) bao nhiêu so với 1869 (năm khánh thành kênh đào)?
 b) Nhờ đi qua kênh đào, mỗi hành trình trong bảng 2 giảm bớt được bao nhiêu kilômét?

43. Tính khối lượng của quả bí ở hình bên.



44. Tìm số tự nhiên x biết

a) $x : 13 = 41$;

b) $1428 : x = 14$;

c) $4x : 17 = 0$

d) $7x - 8 = 713$;

e) $8(x - 3) = 0$;

g) $0 : x = 0$

- b) Dạng tổng quát của số chia hết cho 3 là $3k$; do đó số chia cho 3 dư 1 là $3k + 1$; số chia cho 3 dư 2 là $3k + 2$.

C. Bài tập nâng cao

16. Hiệu $1.2.3...18.19 - 1.3.5...17.19$ tận cùng bằng chữ số gì?

Giải

Nhận xét: Tích $1.2.3...18.19$ có thừa số 10 nên chữ số hàng đơn vị của tích bằng 0.

Tích $1.3.5...17.19$ có thừa số 5 nên chữ số hàng đơn vị của tích bằng 5.

Vì hiệu $1.2.3...18.19 - 1.3.5...17.19$ có chữ số tận cùng bằng 5.

17. Tích của tất cả các số lẻ có hai chữ số thì tận cùng bằng chữ số gì?

Giải

Tích của tất cả các số lẻ có hai chữ số, trong đó có thừa số tận cùng bằng 5 nên tích có chữ số tận cùng bằng 5.

18. Cho A là tổng các số chẵn không vượt quá 100.

B là tổng các số lẻ nhỏ hơn 100.

Tính $A - B$?

Giải

Ta có: $A = 0 + 2 + 4 + 6 + \dots + 96 + 98 + 100$

$B = 1 + 3 + 5 + \dots + 95 + 97 + 99$

$$A - B = (2 - 1) + (4 - 3) + \dots + (98 - 97) + (100 - 99)$$

$$= 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (50 số hạng)}$$

$$= 50$$

19. Thông tin giá trị cụ thể, hãy so sánh hai biểu thức sau đây:

a) $A = 149.151$; $B = 150.150$

b) $C = 36.63 - 27$; $D = 36 + 63.35$

Giải

a) Ta có: $A = 149.151 = 149.(150 + 1) = 149.150 + 149$ (1)

$B = 150.150 = (149 + 1).150 = 149.150 + 150$ (2)

So sánh (1) và (2) ta thấy $A < B$.

b) Ta có $C = 36.63 - 27 = (35 + 1).63 - 27 = 35.63 + 63 - 27 = 35.63 + 36 = D$

Vậy $C = D$

20. Thực hiện các phép tính sau bằng cách hợp lý nhất:

i) $(77.45.24) : (8.9.11)$

ii) $(25 + 3.75 : 250) : (1999.1998.1997 + 1996.1995.1994)$

Giải

i) $(77.45.24) : (8.9.11) = (77 : 11).(45 : 9).(24 : 8)$

$$\text{b) } \frac{(25 + 3.75 - 25.0)}{0} : (1999.1998.1997 + 1996.1995.1994) \\ = 0 : (1999.1998.1997 + 1996.1995.1994) = 0.$$

Luyện tập 1

47. Tìm số tự nhiên x biết:

a) $(x - 35) - 120 = 0$

b) $124 + (118 - x) = 217$

c) $156 - (x + 61) = 82.$

48. Tính nhẩm bằng cách thêm vào ở số hàng này, bớt đi ở số hàng kia cùng một số thích hợp:

Ví dụ: $57 + 96 = (57 - 4) + (96 + 4) = 53 + 100 = 153$

Hãy tính nhẩm: $35 + 98$; $46 + 29.$

49. Tính nhẩm bằng cách thêm vào số bị trừ và số trừ một số thích hợp

Ví dụ: $135 - 98 = (135 + 2) - (98 + 2) = 137 - 100 = 37.$

Hãy tính nhẩm: $321 - 96$; $1354 - 997.$

50. Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nút dấu trừ: -

Phép tính	Nút ấn	Kết quả
$35 - 16$	3 5 - 1 6 =	19
$45 - 16 + 24$	4 5 - 2 8 + 2 4 =	31
$52 - 27 - 12$	5 2 - 2 7 - 1 2 =	13

Dùng máy tính bỏ túi để tính:

$425 - 257$; $91 - 56$; $82 - 56$; $73 - 56$; $652 - 46 - 46 - 46.$

51. **Đố:** Điền số thích hợp vào ô vuông ở hình bên sao cho tổng các số ở mỗi dòng, ở mỗi cột, ở mỗi đường chéo đều bằng nhau.

		2
	5	
8		6

Hướng dẫn

47. a) $(x - 35) - 120 = 0$

$$x = 120 + 35 = 155$$

b) $124 + (118 - x) = 217$

$$124 + 118 - x = 217$$

$$x = 124 + 118 - 217 = 25$$

c) $156 - (x + 61) = 82$

$$156 - x - 61 = 82$$

$$x = 156 - 61 - 82 = 13$$

$$48. 35 + 98 \approx 33 + 100 = 133;$$

$$46 + 29 \approx 45 + 30 = 75$$

$$49. 321 - 96 \approx 325 - 100 = 225;$$

$$1354 - 997 \approx 1357 - 1000 = 357$$

$$50. 168; 35; 26; 17; 514.$$

51.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Luyện tập 2

52. a) Tính nhẩm bằng cách nhân thừa số này, chia thừa số kia cho cùng một số thích hợp: $14.50; 16.25$.
 b) Tính nhẩm bằng cách nhân cả số bị chia và số chia với cùng một số thích hợp: $2100 : 50; 1400 : 25$.
 c) Tính nhẩm bằng cách áp dụng tính chất $(a + b) : c = a : c + b : c$ (trường hợp chia hết) : $132 : 12; 96 : 8$.
53. Bạn Tâm dùng 21 000 đồng mua vở. Có hai loại vở: Loại I giá 2000 đồng một quyển, loại II giá 1500 đồng một quyển. Bạn Tâm mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở nếu:
 a) Tâm chỉ mua vở loại I ?
 b) Tâm chỉ mua vở loại II ?
54. Một tàu hỏa cần chở 1000 khách du lịch. Biết rằng mỗi toa có 12 khoang, mỗi khoang có 8 chỗ ngồi. Cần ít nhất mấy toa để chở hết số khách du lịch?
55. Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nút dấu chia: $\boxed{\div}$

Phép tính	Nút ấn	Kết quả
$608 : 32$	$\boxed{6} \boxed{0} \boxed{8} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{=}$	19

Dùng máy tính bỏ túi:

- Tính vận tốc của một ô tô biết rằng trong 6 giờ ô tô đi được 288km,
- Tính chiều dài miếng đất hình chữ nhật có diện tích $1530m^2$, chiều rộng 34m.

Hướng dẫn

52. a) $14.50 = (14 : 2) \cdot (50 \cdot 2) = 7 \cdot 100 = 700$
 $16.25 = 4 \cdot 100 = 400$
 b) $2100 : 50 = (2100 : 2) : (50 : 2) = 1050 : 25 = 42$
 $1400 : 25 = 5600 : 100 = 56$
 c) $132 : 12 = (120 + 12) : 12 = 120 : 12 + 12 : 12 = 10 + 1 = 11$
 $96 : 8 = (80 + 16) : 8 = 80 : 8 + 16 : 8 = 10 + 2 = 12$

53. a) 21000 chia cho 2000 được 10 (còn dư)

Vậy Tâm mua nhiều nhất được 10 quyển vở loại I.

b) $21000 : 1500 = 14$

Tâm mua được 14 quyển vở loại II.

54. Số người ở mỗi toa là: $8.12 = 96$ (người)

1000 chia cho 96 được 10, còn dư. Vậy cần ít nhất 11 toa để chở hết số khách.

55. 48km/h; 45m.

§7. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN. NHÂN HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \neq 0)$$

Quy ước: $a^1 = a$.

2. Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số a , ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{và} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa:

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

b) $p \cdot p \cdot p$

c) $q \cdot q \cdot \dots \cdot q$ (n thừa số q)

2. Viết mỗi tích các lũy thừa sau đây dưới dạng một lũy thừa:

a) $3^5 \cdot 3^4$;

b) $5^4 \cdot 5^7$;

c) $10^3 \cdot 10 \cdot 10^4$

d) $2^4 \cdot 2^2 \cdot 2^6$;

e) $4^5 \cdot 4 \cdot 4^3$

Bài giải

1. Áp dụng công thức: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}}$

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

b) $p \cdot p \cdot p = p^3$

c) $\underbrace{q \cdot q \cdot \dots \cdot q}_{n \text{ thừa số } q} = q^n$

2. Áp dụng công thức: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

a) $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$

b) $5^4 \cdot 5^7 = 5^{4+7} = 5^{11}$

c) $10^3 \cdot 10 \cdot 10^4 = 10^{3+1+4} = 10^8$

d) $2^4 \cdot 2^2 \cdot 2^6 = 2^{4+2+6} = 2^{12}$

e) $4^5 \cdot 4 \cdot 4^3 = 4^{5+1+3} = 4^9$

B. Bài tập cần làm

56. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng lũy thừa:
- a) $5.5.5.5.5$; b) $6.6.6.3.2$
c) $2.2.2.3.3$ d) $100.10.10.10$
57. Tính giá trị các lũy thừa sau:
- a) $2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}$; b) $3^2, 3^3, 3^4, 3^5$
c) $4^2, 4^3, 4^4$; d) $5^2, 5^3, 5^4$; e) $6^2, 6^3, 6^4$
58. a) Lập bảng bình phương của các số tự nhiên từ 0 đến 20.
b) Viết mỗi số sau thành một số tự nhiên bình phương: 64, 169, 196.
59. a) Lập bảng lập phương của các số tự nhiên từ 0 đến 10.
b) Viết mỗi số sau thành tích của một số tự nhiên lập phương: 27, 125, 216.
60. Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa:
- a) $3^3.3^4$; b) $5^2.5^7$; c) $7^5.7$

Hướng dẫn

56. a) $5.5.5.5.5 = 5^5$ b) $6.6.6.3.2 = 6.6.6.6 = 6^4$
c) $2.2.2.3.3 = 2^3.3^2$ d) $100.10.10.10 = 10^2.10.10.10 = 10^5$
57. a) 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 b) 9, 27, 81, 243
c) 16, 64, 256 d) 25, 125, 625
e) 36, 216, 1296
58. a) Học sinh tự làm
b) $8^2 = 64$; $13^2 = 169$; $14^2 = 196$
59. a) $0^4, 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3, 10^3$.
b) $3^3 = 27$; $5^3 = 125$; $6^3 = 216$
60. a) $3^3.3^4 = 3^{3+4} = 3^7$ b) $5^2.5^7 = 5^{2+7} = 5^9$ c) $7^5.7 = 7^{5+1} = 7^6$

C. Bài tập nâng cao

21. Viết các tích sau đây dưới dạng một lũy thừa:
- a) $8^4.16^5$ b) $27^4.81^{10}$ c) $5^{40}.125^2.625^3$ d) $10^3.100^5.1000^4$

Giải

(Chú ý: $(a^n)^m = a^{n.m}$)

a) $8^4.16^5 = (2^3)^4.(2^4)^5 = 2^{12}.2^{20} = 2^{32}$

b) $27^4.81^{10} = (3^3)^4.(3^4)^{10} = 3^{12}.3^{40} = 3^{52}$

c) $5^{40}.125^2.625^3 = 5^{40}.(5^3)^2.(5^4)^3 = 5^{40}.5^6.5^{12} = 5^{58}$

d) $10^3.100^5.1000^4 = 10^3.(10^2)^5.(10^3)^4 = 10^3.10^{10}.10^{12} = 10^{25}$

22. Một số chính phương chỉ có thể có những số tận cùng nào? Chứng minh?

Giải

Một số chính phương là $A = a^2$ ($a \in \mathbb{N}$)

Lần lượt xét các tận cùng của a và a^2

Tận cùng của a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tận cùng của a^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

Vậy một số chính phương chỉ có thể có các tận cùng là 0; 1; 4; 5; 6; 9

23. Cho $a \in \mathbb{N}$. Số a có mấy chữ số nếu:

a) $10^5 < a < 10^6$

b) $10^{n-1} < a < 10^n$

Giải

a) $10^5 < a < 10^6$. Suy ra $100000 < a < 1000000$. Vậy số a có 6 chữ số.

b) $10^{n-1} < a < 10^n$

Suy ra $\underbrace{10\dots0}_{n-1 \text{ chữ số } 0} < a < \underbrace{10\dots0}_{n \text{ chữ số } 0} \Rightarrow$ Vậy a có n chữ số.

Luyện tập

61. Trong các số sau, số nào là lũy thừa của một số tự nhiên với số mũ lớn hơn 1 (chú ý rằng có những số có nhiều cách viết dưới dạng lũy thừa):

8, 16, 20, 27, 60, 64, 81, 90, 100

62. a) Tính: 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; 10^5 ; 10^6

b) Viết mỗi số sau dưới dạng lũy thừa của 10:

1 000; 1 000 000; 1 tỉ; $\frac{100 \dots\dots\dots 0}{12 \text{ chữ số } 0}$

63. Điền dấu "x" vào ô thích hợp:

	Đúng	Sai
a) $2^3 \cdot 2^2 = 2^6$		
b) $2^3 \cdot 2^2 = 2^5$		
c) $5^4 \cdot 5 = 5^4$		

64. Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa:

a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4$

b) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^5$

c) $x \cdot x^5$

d) $a^3 \cdot a^2 \cdot a^5$

65. Số nào lớn hơn trong hai số sau?

a) 2^3 và 3^2

b) 2^4 và 4^2

c) 2^5 và 5^2

d) 2^{10} và 100

66. Đố: Ta biết $11^2 = 121$; $111^2 = 12\,321$. Hãy dự đoán: 1111^2 bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn

61. $8 = 2^3$; $16 = 2^4$ và $16 = 4^2$; $27 = 3^3$

$64 = 2^6$; $81 = 3^4$ và $81 = 9^2$; $100 = 10^2$

Vậy các số 8; 16; 27; 64; 81; 100 là lũy thừa của một số tự nhiên.

62. a) $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$; $10^4 = 10000$

$10^5 = 100000$; $10^6 = 1\,000\,000$

b) $1000 = 10^3$; $1000000 = 10^6$
 $\underbrace{100 \dots 0}_{12 \text{ chữ số } 0} = 10^{12}$; $1 \text{ tỉ} = 1.000.000.000 = 10^9$

63.

Câu	Đúng	Sai
a) $2^3 \cdot 2^2 = 2^6$		×
b) $2^3 \cdot 2^2 = 2^5$	×	
c) $5^4 \cdot 5 = 5^4$		×

64. a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9$ b) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^5 = 10^{10}$
 c) $x \cdot x^5 = x^6$ d) $a^2 \cdot a^2 \cdot a^5 = a^{10}$

65. a) $\left. \begin{matrix} 2^3 = 8 \\ 3^2 = 9 \end{matrix} \right\} \forall 9 > 8 \text{ nên } 3^2 > 2^3$ b) $2^4 = 4^2$; c) $2^5 > 5^2$; d) $2^{10} > 100$

66. $1111^2 = 1234321$

§8. CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

* $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$; $m \geq n$)

* $a^m : a^m = 1$ ($a \neq 0$)

Quy ước: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa:

a) $3^8 : 3^6$; $7^5 : 7^2$; $19^7 : 19^3$

b) $10^8 : 10$; $5^8 : 5$; $4^9 : 4^8$

c) $x^5 : x^3$ ($x \neq 0$); $y^6 : y$ ($y \neq 0$)

Bài giải

Áp dụng công thức: $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($a, m, n \in \mathbb{N}$; $a \neq 0$; $m \geq n$)

a) $3^8 : 3^6 = 3^{8-6} = 3^2$ b) $10^6 : 10 = 10^{6-1} = 10^5$ c) $x^5 : x^3 = x^{5-3} = x^2$
 $7^5 : 7^2 = 7^{5-2} = 7^3$ $5^8 : 5 = 5^{8-1} = 5^7$ $y^6 : y = y^{6-1} = y^5$
 $19^7 : 19^3 = 19^{7-3} = 19^4$ $4^9 : 4^8 = 4^{9-8} = 4$

B. Bài tập căn bản

67. Viết kết quả phép tính sau dưới dạng một lũy thừa:

a) $3^8 : 3^4$;

b) $10^8 : 10^2$;

c) $a^8 : a$ ($a \neq 0$)

68. Tính bằng hai cách: Cách 1: Tính số bị chia, tính số chia rồi tính thương.

Cách 2: Chia hai lũy thừa cùng cơ số rồi tính kết quả

a) $2^{10} : 2^8$; b) $4^6 : 4^3$; c) $8^5 : 8^4$; d) $7^4 : 7^4$

69. Điền chữ Đ (đúng) hoặc chữ S (sai) vào ô vuông:

a) $3^3 \cdot 3^4$ bằng: 3^{12} ☐; 9^{12} ☐; 3^7 ☐; 6^7 ☐

b) $5^5 : 5$ bằng: 5^5 ☐; 5^4 ☐; 5^3 ☐; 1^4 ☐

c) $2^3 \cdot 4^2$ bằng: 8^6 ☐; 6^5 ☐; 2^7 ☐; 2^6 ☐

70. Viết các số: 987; 2564; abcde dưới dạng tổng các lũy thừa của 10.

71. Tìm số tự nhiên c biết rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có a) $c^n = 1$ b) $c^n = 0$

72. Số chính phương là số bằng bình phương của một số tự nhiên (ví dụ: 0, 1, 4, 9, 16, ...). Mỗi tổng sau có là một số chính phương không?

a) $1^3 + 2^3$; b) $1^3 + 2^3 + 3^3$; c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$

Bài giải

67. a) $3^3 : 3^4 = 3^{3-4} = 3^{-1}$; b) 10^0 ; c) a^5

68. Cách 1. a) $2^{10} = 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2$

Cách 2.

$2^8 = 2.2.2.2.2.2.2.2$

Vậy $2^{10} : 2^8 = 2.2 = 4$

$2^{10} : 2^8 = 2^{10-8} = 2^2 = 4$

b) $4^6 = 4.4.4.4.4.4$

$4^3 = 4.4.4$

$4^6 : 4^3 = 4.4.4 = 64$

$4^6 : 4^3 = 4^{6-3} = 4^3 = 64$

c) $8^5 = 8.8.8.8.8$

$8^4 = 8.8.8.8$

$8^5 : 8^4 = 8$

$8^5 : 8^4 = 8^{5-4} = 8$

d) $7^4 = 7.7.7.7$

$7^4 : 7^4 = 1$

$7^4 : 7^4 = 7^{4-4} = 7^0 = 1$

69. a) $3^3 \cdot 3^4$ bằng: 3^{12} ☐ S, 9^{12} ☐ S, 3^7 ☐ Đ, 6^7 ☐ S

b) $5^5 : 5$ bằng: 5^5 ☐ S, 5^4 ☐ Đ, 5^3 ☐ S, 1^4 ☐ S

c) $2^3 \cdot 4^2$ bằng: 8^6 ☐ S, 6^6 ☐ S, 2^7 ☐ Đ, 2^6 ☐ S

70. $987 = 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 7 \cdot 10^0$

$2564 = 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 4 \cdot 10^0$

$abcde = a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10 + e \cdot 10^0$

71. a) $c^n = 1 \Rightarrow c = 1$

b) $c^n = 0 \Rightarrow c = 0$

72. a) $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9 = 3^2$ là số chính phương

b) $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36 = 6^2$ là số chính phương

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100 = 10^2$ là số chính phương

§9. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH ƯỚC LƯỢNG KẾT QUẢ PHÉP TÍNH

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Thứ tự thực hiện phép tính đối với biểu thức có dấu ngoặc.

$$() \rightarrow [] \rightarrow \{ \}$$

2. Thứ tự thực hiện phép tính đối với biểu thức không có dấu ngoặc:

Lũy thừa $\rightarrow$ nhân, chia $\rightarrow$ cộng, trừ.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập căn bản

73. Thực hiện phép tính:

a) $5.4^2 - 18 : 3^2$

b) $3^3.18 - 3^3.12$

c) $39.213 + 87.39$

d) $27.75 + 25.27 - 150$

e) $80 - [130 - (12 - 4)^2]$

g) $12 : \{390 : [500 - (125 + 35.7)]\}$

74. Tìm số tự nhiên x biết:

a) $541 + (218 - x) = 735$

b) $5(x + 35) = 515$

c) $96 - 3(x + 1) = 42$

d) $12x - 33 = 3^2.3^3$

75. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a) $\square \xrightarrow{+3} \square \xrightarrow{-4} 60$

b) $\square \xrightarrow{-3} \square \xrightarrow{-4} 11$

76. **Đố:** Trang đổ Nga dùng bốn chữ số 2 cùng với dấu phép tính và dấu ngoặc (nếu cần) viết dãy tính có kết quả lần lượt bằng 0, 1, 2, 3, 4.
Em hãy giúp Nga làm điều đó.

Hướng dẫn

73. a) $5.4^2 - 18 : 3^2 = 5.16 - 18 : 9 = 80 - 2 = 78$

b) $3^3.18 - 3^3.12 = 27.18 - 27.12 = 27(18 - 12) = 27.6 = 162$

c) $39.213 + 87.39 = 39(213 + 87) = 39.300 = 11700$

d) $27.75 + 25.27 - 150 = 27(75 + 25) - 150 = 100.27 - 150 = 2700 - 150 = 2550$

e) $80 - [130 - (12 - 4)^2] = 80 - [130 - 8^2] = 80 - (130 - 64) = 80 - 66 = 14$

g) $12 : \{390 : [500 - (125 + 35.7)]\} = 12 : \{390 : [500 - 370]\}$

$= 12 : (390 : 130) = 12 : 3 = 4$

74. a) $541 + (218 - x) = 735$

b) $5(x + 35) = 515$

$218 - x = 735 - 541$

$x + 35 = 515 : 5$

$218 - x = 194$

$x + 35 = 103$

$x = 218 - 194$

$x = 103 - 35$

$x = 24$

$x = 68$

$$c) \quad 96 - 3(x + 1) = 42$$

$$3(x + 1) = 96 - 42$$

$$3(x + 1) = 54$$

$$x + 1 = 54 : 3$$

$$x + 1 = 18$$

$$x = 17$$

$$d) \quad 12x - 33 = 3^2 \cdot 3^3$$

$$12x - 33 = 243$$

$$12x = 243 + 33 = 276$$

$$x = 276 : 12 = 23$$

75. Điền số thích hợp vào ô vuông:

$$a) \quad \boxed{12} \xrightarrow{+3} \boxed{15} \xrightarrow{\times 4} \boxed{60}$$

$$b) \quad \boxed{5} \xrightarrow{\times 3} \boxed{15} \xrightarrow{-4} \boxed{11}$$

76. Chẳng hạn: $22 - 22 = 0$;

$$22 : 22 = 1$$
 ;

$$2 : 2 + 2 : 2 = 2$$
 ;

$$(2 + 2 + 2) : 2 = 3$$
 ;

$$2 + 2 + 2 - 2 = 4.$$

B. Bài tập nâng cao

24. Tìm x biết: a) $(6400 + 2600) - 3x = 1200$;

b) $[(6x - 39) : 7] \cdot 4 = 12$

c) $4x - [(8000 - 3567) \cdot (2031 \cdot 1598)] = 400$

d) $2448 : [119 - (x - 6)] = 24$.

Giải

a) $(6400 + 2600) - 3x = 1200$

$$9000 - 3x = 1200$$

$$3x = 9000 - 1200 = 7800$$

$$x = 2600$$

b) $x = 10$

c) $x = 1100$

d) $x = 23$

Luyện tập

77. Thực hiện phép tính: a) $27.75 + 25.27 - 150$

b) $12 : \{390 : [500 - (125 + 35.7)]\}$.

78. Tính giá trị của biểu thức: $12000 - (1500.2 + 1800.3 + 1800.2.3)$.

79. **Đố:** Điền vào chỗ trống của bài toán sau sao cho để giải bài toán đó, ta phải tính giá trị của biểu thức nêu trong bài 78.

An mua hai bút bi giá ... đồng một chiếc, mua ba quyển vở giá ... đồng một quyển, mua một quyển sách và một gói phong bì. Biết số tiền mua ba quyển sách bằng số tiền mua hai quyển vở, tổng số tiền phải trả là 12 000 đồng. Tính giá một gói phong bì.

80. Điền vào ô vuông các dấu thích hợp (=, <, >) :

$$1^2 \square 1$$

$$1^3 \square 1^2 - 0^2$$

$$(0 + 1)^2 \square 0^2 + 1^2$$

$$2^2 \square 1 + 3$$

$$2^3 \square 3^2 - 1^2$$

$$(1 + 2)^2 \square 1^2 + 2^2$$

$$3^2 \boxed{} 1 + 3 + 5$$

$$3^3 \boxed{} 6^2 - 3^2$$

$$(2 + 3)^2 \boxed{} 2^2 + 3^2$$

$$4^3 \boxed{} 10^2 - 6^2$$

81. Sử dụng máy tính bỏ túi.

Để thêm vào nội dung bộ nhớ, ta ấn nút: $\boxed{M+}$

Để bớt số ở nội dung bộ nhớ, ta ấn nút: $\boxed{M-}$

Để gọi lại nội dung ghi trong bộ nhớ, ta ấn nút: $\boxed{MR}$ hay $\boxed{RM}$ hay $\boxed{R- CM}$.

Biểu thức	Nút ấn	Kết quả
$(8 - 2) \cdot 3$	$\boxed{8} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{3} \boxed{=}$	18
$3(8 - 2)$	Thực hiện như dòng trên	
$2 \cdot 6 + 3 \cdot 5$	$\boxed{2} \boxed{\times} \boxed{6} \boxed{M+} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{5} \boxed{M+} \boxed{MR}$	27
$98 - 2 \cdot 37$	$\boxed{9} \boxed{8} \boxed{M+} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{3} \boxed{7} \boxed{M-} \boxed{MR}$	24

Chú ý: Khi sử dụng các nút $\boxed{M+}$, $\boxed{M-}$, trên màn hình xuất hiện chữ M.

Sau khi đã sử dụng nút $\boxed{MR}$ để tìm kết quả của phép tính, muốn chuyển sang phép tính mới, để xóa chữ M đi, ta ấn nút $\boxed{OFF}$.

Dùng máy tính bỏ túi để tính: $(274 + 318) \cdot 6$; $34 \cdot 29 + 14 \cdot 35$; $49 \cdot 62 - 32 \cdot 51$.

82. Để Công đồng các dân tộc Việt Nam có bao nhiêu dân tộc?

Tìm giá trị của biểu thức $3^4 - 3^3$, em sẽ tìm được câu trả lời.

Hướng dẫn

77 a) $27 \cdot 75 + 25 \cdot 27 - 150 = 2025 + 675 - 150 = 2700 - 150 = 2550$

b) $12 : \{390 : [500 - (125 + 35 \cdot 7)]\} = 12 : \{390 : [500 - 370]\}$
 $= 12 : \{390 : 130\} = 12 : 3 = 4$.

78 $12000 - (1500 \cdot 2 + 1800 \cdot 3 + 1800 \cdot 2 : 3) = 2400$.

79 Lấp lượt điền vào chỗ trống các số: 1500 và 1800.

80. $1^2 \boxed{=} 1$ $1^3 \boxed{=} 1^2 \cdot 0^2$ $(0 + 1)^2 \boxed{=} 0^2 + 1^2$

$2^2 \boxed{=} 1 + 3$ $2^3 \boxed{=} 3^2 - 1^2$ $(1 + 2)^2 \boxed{>} 1^2 + 2^2$

$3^2 \boxed{=} 1 + 3 + 5$ $3^3 \boxed{=} 6^2 - 3^2$ $(2 + 3)^2 \boxed{>} 2^2 + 3^2$

$4^3 \boxed{=} 10^2 - 6^2$.

81 3512 ; 1476 ; 1406 .

82. $3^4 - 3^3 = 81 - 27 = 54$

Cộng đồng các dân tộc Việt Nam có 54 dân tộc.

Nhận xét	Đúng	Sai
a) $134.4 + 16$ chia hết cho 4		
b) $21.8 + 17$ chia hết cho 8		
c) $3.100 + 34$ chia hết cho 6		

Bài giải

$$83. a) 18 : 8 \Rightarrow (48 + 56) : 8$$

$$56 : 8$$

$$b) 80 : 8 \Rightarrow (80 + 17) / 8$$

$$17 / 8$$

$$84. a) 54 : 6 \Rightarrow (54 - 36) : 6$$

$$36 : 6$$

$$b) 60 : 6 \Rightarrow (60 - 14) / 6$$

$$14 / 6$$

$$85. a) 35 : 7$$

$$49 : 7 \Rightarrow (35 + 49 + 210) : 7$$

$$210 : 7$$

$$b) 42 : 7$$

$$50 / 7$$

$$140 : 7 \Rightarrow (42 + 50 + 140) / 7$$

$$c) 560 : 7$$

$$(18 + 3) : 7 \Rightarrow (560 + 18 + 3) : 7$$

86.

Nhận xét	Đúng	Sai
$134.4 + 16$ chia hết cho 4	x	
$21.8 + 17$ chia hết cho 8		x
$3.100 + 34$ chia hết cho 6		x

C. Bài tập nâng cao

25. Cho $a : c; b : c; m, n \in \mathbb{N}$. Chứng minh rằng $(ma + nb) : c$

Giải

$$\left. \begin{array}{l} a : c \Rightarrow m.a : c \\ b : c \Rightarrow n.b : c \end{array} \right\} \Rightarrow (ma + nb) : c$$

26. Chứng minh rằng với $n \in \mathbb{N}$ thì $45n + 60$ chia hết cho 15 nhưng không chia hết cho 9

Giải

$$\left. \begin{array}{l} 15 : 15 \Rightarrow 45n : 15 \\ 60 : 15 \end{array} \right\} \Rightarrow (45n + 60) : 15$$

$$\left. \begin{array}{l} 15 : 9 \Rightarrow 45n : 9 \\ 60 / 9 \end{array} \right\} \Rightarrow (45n + 60) / 9$$

27. Chứng minh rằng tổng của 3 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 3, tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 5.

Giải

a) Gọi 3 số tự nhiên liên tiếp là: $n; n + 1, n + 2$

Ta có: $n + (n + 1) + (n + 2) = (3n + 3) : 3$

b) Chứng minh tương tự câu a):

$$[n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4)] : 5$$

28. Tìm $n \in \mathbb{N}$ để:

a) $(n + 8) : n;$

b) $(4n + 5) : n$

c) $(38 - 3n) : n$

Giải

a) $\left. \begin{array}{l} (n + 8) \\ n : n \end{array} \right\} \Rightarrow 8 : n. \text{ Vậy } n = 1; 2; 4; 8$

b) $\left. \begin{array}{l} (4n + 5) \\ 4n : n \end{array} \right\} \Rightarrow 5 : n \text{ Vậy } n = 1; 5$

e) $(38 - 3n) : n \Rightarrow \begin{cases} 38 : n \\ 3n : n \end{cases} \text{ Vậy } n = 1; 2; 19; 38$

Nhưng $38 > 3n$ hay $n < 13$. Vậy $n = 1; 2$.

Luyện tập

87. Cho tổng: $A = 12 + 14 + 16 + x$ với $x \in \mathbb{N}$. Tìm x để:

a) A chia hết cho 2;

b) A không chia hết cho 2.

88. Khi chia số tự nhiên a cho 12, ta được số dư là 8. Hỏi số a có chia hết cho 4 không? Có chia hết cho 6 không?

89. Điền dấu "x" vào ô thích hợp trong các câu sau:

Câu	Đúng	Sai
a) Nếu mỗi số hạng của tổng chia hết cho 6 thì tổng chia hết cho 6.		
b) Nếu mỗi số hạng của tổng không chia hết cho 6 thì tổng không chia hết cho 6.		
c) Nếu tổng của hai số chia hết cho 5 và một trong hai số đó chia hết cho 5 thì số còn lại chia hết cho 5.		
d) Nếu hiệu của hai số chia hết cho 7 và một trong hai số đó chia hết cho 7 thì số còn lại chia hết cho 7.		

90. Gạch dưới số mà em chọn:

a) Nếu $a : 3$ và $b : 3$ thì tổng $a + b$ chia hết cho 6; 9; 3.

b) Nếu $a : 2$ và $b : 4$ thì tổng $a + b$ chia hết cho 4; 2; 6.

c) Nếu $a : 6$ và $b : 9$ thì tổng $a + b$ chia hết cho 6; 3; 9.

Hướng dẫn giải

87. a) Nếu x chia hết cho 2 thì A chia hết cho 2.
b) Nếu x không chia hết cho 2 thì A không chia hết cho 2.
88. a chia hết cho 4 không chia hết cho 6.
89. a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Đúng.
90. a) Nếu $a : 3$ và $b : 3$ thì tổng $a + b$ chia hết cho 6; 9; 3.
b) Nếu $a : 2$ và $b : 4$ thì tổng $a + b$ chia hết cho 4; 2; 6.
c) Nếu $a : 6$ và $b : 9$ thì tổng $a + b$ chia hết cho 6; 3; 9.

§11. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các số tận cùng là chữ số chẵn thì chia hết cho 2 và chỉ những chữ số đó mới chia hết cho 2.
2. Các số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Trong các số sau, số nào chia hết cho 2, số nào chia hết cho 5:
19, 76, 133, 210, 404, 1022, 1417, 3111, 5050, 7055
2. Phải thay thế chữ số nào vào dấu * để các số sau đây chia hết cho 2 và cho 5: 71^* ; 25^*2 ; 163^*8 ; 3250^* ; 7070^* ?
3. Dùng 3 chữ số 9; 5; 0 để ghép thành những số có 3 chữ số.
a) Chia hết cho 5; b) Chia hết cho 2 và 5.

Bài giải

1. * Các số tận cùng bằng chữ số chẵn thì chia hết cho 2.
Vậy các số sau đây chia hết cho 2: 76; 210; 404; 1022; 5050.
* Các số tận cùng bằng 0 hoặc bằng 5 thì chia hết cho 5.
Vậy các số sau đây chia hết cho 5: 210; 5050; 7055
2. Các số tận cùng bằng chữ số 0 thì chia hết cho 2 và cho 5. Vậy:
– Thay dấu * bằng số 0 thì số 71^* ; 3250^* và 7070^* sẽ chia hết cho 2 và 5.
– Thay dấu * bằng các chữ số bất kì thì các số 25^*2 ; 163^*8 cũng đều không chia hết cho 2 và 5 vì các số này có chữ số tận cùng đều khác số 0.

C. Bài tập nâng cao

29. Chứng minh rằng:

- a) Nếu tổng của 2 số mà không chia hết cho 2 thì tích của 2 số đó chia hết cho 2
- b) Nếu tích của 2 số mà không chia hết cho 2 thì tổng của 2 số đó chia hết cho 2.

Giải

a) Vì tổng của 2 số không chia hết cho 2 thì tổng của 2 số đó là một số lẻ, do đó tích của chúng là một số chẵn. Vậy tích chia hết cho 2.

b) Chứng minh tương tự

30. Hãy chứng tỏ rằng tổng của tất cả các số có 3 chữ số là một số vừa chia hết cho 2, vừa chia hết cho 5.

Giải

Tổng: $100 + 101 + 102 + \dots + 998 + 999$ có $(999 - 100) + 1 = 900$ số hạng nên có 450 cặp số mà mỗi cặp số có giá trị là:

$$100 + 999 = 101 + 998 = 102 + 997 = \dots = 1099$$

Vậy $100 + 101 + \dots + 998 + 999 = 1099 \times 450 = 494550$

Tổng này có chữ số tận cùng là 0. Do đó, nó là một số vừa chia hết cho 2, vừa chia hết cho 5.

31. Chứng tỏ rằng trong 6 số tự nhiên bất kì, bao giờ cũng chọn được hai số sao cho hiệu của chúng chia hết cho 5.

Giải

Khi chia một số cho 5 thì ta có thể được một số dư là một trong 5 số sau đây: 0; 1; 2; 3; 4. Vậy nếu ta có 6 số tự nhiên bất kì thì ta có ít nhất 2 số tự nhiên chia hết cho 5 thì cho cùng một số dư. Vậy hiệu 2 số tự nhiên đó chia hết cho 5.

Luyện tập

96. Điền chữ số vào dấu * để được số $\overline{*85}$ thỏa mãn điều kiện:

- a) Chia hết cho 2;
- b) Chia hết cho 5.

97. Dùng cả ba chữ số 4, 0, 5 hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau thỏa mãn điều kiện:

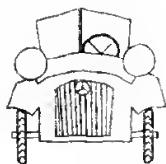
- a) Số đó chia hết cho 2;
- b) Số đó chia hết cho 5.

98. Đánh dấu "x" vào ô thích hợp trong các câu sau:

	Đúng	Sai
a) Số có chữ số tận cùng bằng 4 thì chia hết cho 2		
b) Số chia hết cho 2 thì có chữ số tận cùng bằng 4		
c) Số chia hết cho 2 và chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 0		
d) Số chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 5		

99. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số giống nhau, biết rằng số đó chia hết cho 2 và chia cho 5 thì dư 3.

100. Ô tô đầu tiên ra đời năm nào ? Ô tô đầu tiên ra đời năm $n = abbc$, trong đó $n : 5$ và $a, b, c \in \{1; 5; 8\}$ (a, b, c khác nhau).



Hướng dẫn

96. a) Không có số nào thay vào * để $*85$ chia hết cho 2.
b) Các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 thay vào * thì số $*85$ chia hết cho 5.

97. Ba số 4; 0; 5 ghép thành các số tự nhiên có 3 chữ số như sau:

405; 450; 540; 504

a) Các số chia hết cho 2 là: 450; 540; 504

b) Các số chia hết cho 5 là: 450; 540; 405.

98.

	Đúng	Sai
a) Số có chữ số tận cùng bằng 4 thì chia hết cho 2	x	
b) Số chia hết cho 2 thì có chữ số tận cùng bằng 4		x
c) Số chia hết cho 2 và chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 0	x	
d) Số chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 5		x

99. Số có 2 chữ số giống nhau chia hết cho 2 thì chữ số hàng đơn vị phải là số chẵn (2; 4; 6; 8)

Số đó chia cho 5 dư 3 thì số đó sẽ là số 8.

Vậy số phải tìm là 88.

100. Đáp số: Năm 1885.

§12. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 3, CHO 9

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và chỉ các chữ số đó mới chia hết cho 9.
2. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3 và chỉ các chữ số đó mới chia hết cho 3.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Trong các số sau đây số nào chia hết cho 3, chia hết cho 9:
1838, 51513; 440022; 7166214.
2. Phải thay chữ số nào vào dấu * để các số sau đây chia hết cho 3, chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9: 41^* ; 510^* ; 61^*61 ; 7^*123 ?

Bài giải

1. Ta biết một số chia hết cho 3 (hoặc 9) thì tổng các chữ số của số đó chia hết cho 3 (hoặc cho 9)

Theo dấu hiệu trên ta có:

- Số 18338 có $1 + 8 + 3 + 8 = 20 \not\div 3$ và $20 \not\div 9$

Vậy số 1838 không chia hết cho 3, cho 9.

- Số 51513 có $5 + 1 + 5 + 1 + 3 = 15 \div 3$ và $15 \not\div 9$

Vậy số 51513 chia hết cho 3, không chia hết cho 9.

- Số 440022 có $4 + 4 + 0 + 0 + 2 + 2 = 12 \div 3$ và $12 \div 9$

Vậy số 440022 chia hết cho 3, không chia hết cho 9.

- Số 7166214 có $7 + 1 + 6 + 6 + 2 + 1 + 4 = 27 \div 3$ và $27 \div 9$

Vậy số 7166214 vừa chia hết cho 3, vừa chia hết cho 9.

2. a) Để $41^* \div 3$ thì $^* = 1; 4; 7$

Để $41^* \not\div 9$ thì loại trường hợp $^* = 4$

Thật vậy, nếu $41^* = 414$

Mà số 414 có $4 + 1 + 4 = 9 \div 9$

Vậy các số phải tìm là 411, 417

- b) Để $510^* \div 3$ thì $^* = 0; 3; 6; 9$

Để $510^* \not\div 9$ thì loại trường hợp $^* = 3$

- c) Để $61^*16 \div 3$ thì $^* = 1; 4; 7$

Để $61^*61 \not\div 9$ thì loại trường hợp $^* = 4$

d) Để $7*123 : 3$ thì $* = 2; 5; 8$

Để $71*123 \not\vdots 9$ thì loại trường hợp $* = 4$

B. Bài tập căn bản

101. Trong các số sau, số nào chia hết cho 3, số nào chia hết cho 9?

187; 1347; 2515; 6534; 93 258

102. Cho các số : 3564; 4352; 6531; 6570; 1248.

a) Viết tập hợp A các số chia hết cho 3 trong các số trên.

b) Viết tập hợp B các số chia hết cho 9 trong các số trên.

c) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa hai tập hợp A và B.

103. Tổng (hiệu) sau có chia hết cho 3 không, có chia hết cho 9 không?

a) $1251 + 5316$;

b) $5436 - 1324$;

c) $1.2.3.4.5.6 + 27$

104. Điền chữ số vào dấu $*$ để :

a) $\overline{5*8}$ chia hết cho 3;

b) $\overline{8*3}$ chia hết cho 9;

c) $\overline{43*}$ chia hết cho cả 3 và 5;

d) $\overline{*81*}$ chia hết cho cả 2, 3, 5, 9.

(Trong một số có nhiều dấu $*$, các dấu $*$ không nhất thiết thay bởi các chữ số giống nhau).

105. Dùng ba trong bốn chữ số 4, 5, 3, 0 hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số sao cho các số đó:

a) Chia hết cho 9;

b) Chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Hướng dẫn

101. - Các số chia hết cho 3 là: 1347; 6534; 93258

- Các số chia hết cho 9 là: 6534; 93258.

102. a) $A = \{3564; 8531; 6570; 1248\}$; b) $B = \{3564; 6570\}$; c) $B \subset A$.

103. a) Tổng $(1251 + 5316) : 3$ vì từng số hạng của tổng đều chia hết cho 3 và $(1251 + 5316) \not\vdots 9$ vì số hạng $5316 \not\vdots 9$

b) Hiệu $(5438 - 1324) \not\vdots 3$ và $(5436 - 1324) \not\vdots 9$ vì số 1324 không chia hết cho 3 và không chia hết cho 9.

c) Tổng $(1.2.3.4.5.6 + 27) : 3$ và $: 9$ vì mỗi số hạng của tổng đều chia hết cho 3 và 9.

104. a) Số $\overline{5*8} : 3$ khi $(5 + * + 8) : 3$ Khi đó: $* = 2$ hoặc 5 hoặc 8

b) Số $\overline{6*3} : 9$ khi $(6 + * + 3) : 9$ khi đó: $* = 9; 0$

c) Số $\overline{43*}$ chia hết cho cả 3 và 5 khi số $\overline{43*} : 5$ và $(4 + 3 + *) : 3$.

Do đó số phải chọn là $* = 5$

d) Số $\overline{*81*}$ chia hết cho cả 2; 3; 5; 9

- Số $\overline{*81*}$ chia hết cho cả 2; 5 thì chữ số ở hàng đơn vị phải là số 0.

Vậy ta có số $\overline{*810}$.

Số $\overline{*810} : 9$ khi $*$ = 9 và khi đó số 9810 cũng chia hết cho 3.

Tóm lại, số có 4 chữ số cần tìm vừa chia hết cho cả 2, 3, 5, 9 là số 9810

105. Dùng 3 trong bốn chữ số 4, 5, 3, 0 ta ghép được các số tự nhiên có 3 chữ số là:

354	453	534
345	435	543
305	430	530
350	403	503
304	450	504
340	405	540

a) Các số chia hết cho 9 là: 450; 405; 504; 540.

b) Các số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9:

354; 345; 453; 435; 534; 543

C. Bài tập tương tự

- Viết 5 số có 5 chữ số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.
 - Viết tất cả các số có 3 chữ số giống nhau chia hết cho 9.
 - Dùng 3 trong 4 chữ số 4, 5, 6, 0 để ghép thành những số có 3 chữ số chia hết cho 3.
 - Trong các số sau đây: 57234; 7722285; 5207040.
 - Số nào chia hết cho cả 2 và 5;
 - Số nào chia hết cho cả 3 và 5?
 - Số nào chia hết cho cả 2, 3, 5, 9.
- Đáp số: b) 7722285 và 5207040; c) 5207040.

Luyện tập

106. Viết số tự nhiên nhỏ nhất có năm chữ số sao cho số đó.
- Chia hết cho 3;
 - Chia hết cho 9.
107. Điền dấu "x" vào ô thích hợp trong các câu sau:

	Đúng	Sai
a) Một số chia hết cho 9 thì số đó chia hết cho 3		
b) Một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 9		
c) Một số chia hết cho 15 thì số đó chia hết cho 3		
d) Một số chia hết cho 45 thì số đó chia hết cho 9		

108. Một số có tổng các chữ số chia cho 9 (cho 3) dư m thì số đó chia cho 9 (cho 3) cũng dư m.

Ví dụ: Số 1543 có tổng các chữ số bằng: $1 + 5 + 4 + 3 = 13$. Số 13 chia cho 9 dư 4, chia cho 3 dư 1. Do đó số 1543 chia cho 9 dư 4, chia cho 3 dư 1.

Tìm số dư khi chia mỗi số sau cho 9, cho 3: 1546; 1527; 2468; 10^{11}

109. Gọi m là số dư của a khi chia cho 9. Điền vào các ô trống:

a	16	213	827	468
m				

110. Trong phép nhân $a.b = c$, gọi:

m là số dư của a khi chia cho 9, n là số dư của b khi chia cho 9.

r là số dư của tích $m.n$ khi chia cho 9, d là số dư của c khi chia cho 9.

Điền vào các ô trống rồi so sánh r và d trong mỗi trường hợp.

a	78	64	72
b	47	59	21
c	3666	3776	1512
m	6		
n	2		
r	3		
d	3		

Hướng dẫn

106. a) 10002;

b) 10008.

107.

	Đúng	Sai
a) Một số chia hết cho 9 thì số đó chia hết cho 3	×	
b) Một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 9		×
c) Một số chia hết cho 15 thì số đó chia hết cho 3	×	
d) Một số chia hết cho 45 thì số đó chia hết cho 9	×	

108. a) Số 1546 có tổng các chữ số bằng $1 + 4 + 5 + 6 = 16$.

Số 16 chia cho 9 dư 7; chia cho 3 dư 1.

Vậy số 1546 chia cho 9 dư 7, chia cho 3 dư 1.

b) Tương tự số 1527 chia cho 9 dư 6, chia cho 3 dư 0.

c) Số 2468 chia cho 9 dư 2, chia cho 3 dư 2.

d) Số 10^{11} chia cho 9 dư 1 chia cho 3 dư 1.

109.

a	16	213	827	468
m	7	6	8	0

110. * Điền vào ô trống:

a	78	64	72
b	47	59	21
c	3666	3776	1512
m	6	1	0
n	2	5	3
r	3	5	0
d	3	5	0

* Ta thấy r và d trong mỗi trường hợp là giống nhau.

§13. ƯỚC VÀ BỘI

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu có một số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b thì ta nói a là bội của b, còn b là ước của a.
- Cách tìm ước và bội của một số cho trước:
 - Tìm ước: Muốn tìm ước của một số a ($a > 1$), ta lần lượt chia số đó cho 1, 2, 3, ..., a để xét xem số đó chia hết cho những số nào. Những số mà số đó chia hết cho gọi là ước của a.
 - Tìm bội: Muốn tìm bội số của một số, ta nhân số đó lần lượt với 0, 1, 2, 3 ...
- Chú ý.
 - Số 0 không là ước của bất kì số nào. Số 0 là bội của mọi số.
 - Một số có một số hữu hạn ước và vô số bội.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- Trong tập hợp $M = \{2; 5; 7; 13; 20; 35\}$, tìm:
 - Các số thuộc $Ư(26)$ và $B(5)$;
 - Các số thuộc $Ư(16)$, $Ư(40)$; $Ư(19)$.
- Tìm tập hợp các số x là bội của 8 biết $8 < x \leq 88$;
 - Tìm tập hợp các số y là bội của 12 biết $24 \leq y < 120$.

Bài giải

- Ta có các số trong tập hợp M thuộc $Ư(26)$ là 2; 13.
 Vì $26 : 2$ và $26 : 13$; 26 không chia hết cho các số còn lại trong tập hợp M.

* Các số trong tập hợp M thuộc $B(5)$ là 5; 20; 35

Vì $5 = 5.1$; $20 = 5.4$; $35 = 5.7$; các số còn lại trong tập M không là $B(5)$.

b) Tương tự: Các số trong tập M thuộc $U(16)$ là 2.

Các số trong tập M thuộc $U(40)$ là 2; 5; 20.

Không có số nào trong tập hợp M thuộc $U(19)$.

2. a) Tập hợp A các số x sao cho $x \in B(8)$ và $8 < x \leq 88$ là:

$A = \{16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88\}$

b) Tập hợp B các số y sao cho $y \in B(12)$ và $24 \leq y < 120$ là:

$B = \{24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 108\}$

B. Bài tập căn bản

111. a) Tìm các bội của 4 trong các số: 8; 14; 20; 25

b) Viết tập hợp các bội của 4 nhỏ hơn 30.

c) Viết dạng tổng quát các số là bội của 4.

112. Tìm các ước của 4, của 6, của 9, của 13 và của 1.

113. Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a) $x \in B(12)$ và $20 \leq x \leq 50$;

b) $x : 15$ và $0 < x \leq 40$

c) $x \in U(20)$ và $x > 8$;

d) $16 : x$

114. Có 36 học sinh vui chơi. Các bạn đó muốn chia đều 36 người vào các nhóm. Trong các cách chia sau. Cách nào thực hiện được? Hãy điền vào ô trống trong trường hợp chia được.

Cách chia	Số nhóm	Số người ở một nhóm
Thứ nhất	4	
Thứ hai		6
Thứ ba	8	
Thứ tư	12	

Hướng dẫn

111. a) ĐS: 8; 20

b) $B(4) = \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28\}$

c) Các số là bội của 4 có dạng tổng quát là $4n$, với n là các số tự nhiên.

112. $U(4) = \{1; 2; 4\}$; $U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$

$U(13) = \{1; 13\}$; $U(1) = \{1\}$

113. a) Các số x $\in B(12)$ và thỏa điều kiện $20 \leq x \leq 50$ là: $x = 24; 36; 48$

b) Các số x $: 15$ và thỏa điều kiện $0 < x \leq 40$ là: $x = 15, 30$.

c) Các số x $\in U(20)$ và thỏa điều kiện $x > 8$ là: $x = 10; 20$

d) $16 : x$ khi $x = 1; 2; 4; 8; 16$

Cách chia	Số nhóm	Số người ở một nhóm
Thứ nhất	4	9
Thứ hai	6	6
Thứ ba	8	
Thứ tư	12	3

C. Bài tập nâng cao

- 32 a) Điền số vào ô trống trong bảng cộng:
 b) Tất cả các số trong bảng có cùng chia hết cho một số nào không?
 Hãy rút ra nhận xét:

+	6		21	24
6				
		30		39
21				

Giải

+	6	15	21	24
6	12	21	27	30
15	21	30	36	39
21	27	36	42	45

- b) Tất cả các số trong bảng cùng chia hết cho 3, vì đều là bội số của 3 nên chúng chia hết cho 3.

33 Tìm tập hợp M:

- a) Các số x là ước của 65 và $12 \leq x \leq 75$
 b) Các số y là bội của 13 và $26 \leq y \leq 104$
 c) Các số z vừa là ước của 65 vừa là bội của 13 mà $12 < z < 50$.

Giải

- a) $U(65) = \{1; 5; 13; 65\}$.

Vì các số x là ước của 65 mà $12 \leq x \leq 75$ nên $M = \{13; 65\}$

- b) $B(13) = \{0; 13; 26; 39; 52; 65; 78; 91; 104; \dots\}$

Vì các số y là bội của 13 mà $26 \leq y \leq 104$ nên

$$M = \{26; 39; 52; 65; 78; 91; 104\}$$

- c) Số z vừa là ước của 65 vừa là bội của 13 nên z phải là số thuộc cả 2 tập hợp $U(65)$ và tập hợp $B(13)$ mà $12 < z < 50$. Vậy $M = \{13\}$

34 Chứng tỏ rằng:

- a) Mọi số tự nhiên có 3 chữ số giống nhau đều là bội của 37.

- b) Hiệu giữa số có dạng $\overline{tab1}$ và số được viết bởi chính các chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại là bội của 90.

Giải

- a) Giả sử số có 3 chữ số giống nhau là $\overline{aaa}$.

Ta có: $\overline{aaa} = 100a + 10a + a = 111a = 3 \cdot 37 \cdot a : 37$. Vậy $\overline{aaa} : 37$

- b) Ta có: $\overline{tab1} - \overline{1ba1} = 1000 + 100a + 10b + 1 - 1000 - 100b - 10a - 1$
 $= 90a - 90b = 90(a - b) : 90$

35. Phải thay x bởi chữ số nào để:
- $113 + x$ chia hết cho 7;
 - $113 + x$ chia cho 7 dư 5.
 - $\overline{20x20x20x} : 7$

Giải

- a) Ta có: $113 + x = 112 + (1 + x)$

Vì $112 : 7$ nên $113 + x$ chia hết cho 7 khi $(1 + x) : 7$

Mà x là chữ số nên $x = 6$

- b) Tương tự a) ta có $x + 1$ chia cho 7 dư 5 hay x chia cho 7 dư 4.

Suy ra $x = 4$

- c) Đặt $n = \overline{20x20x20x} = 1001 \cdot \overline{20x} \cdot 1000 + \overline{20x}$

Vì $n : 7$ mà $1001 : 7$ nên $\overline{20x} : 7$

Ta có: $\overline{20x} = 196 + (4 + x)$ chia hết cho 7 mà $196 : 7$ nên $(4 + x) : 7$.

Suy ra $x = 3$.

§14. SỐ NGUYÊN TỐ – HỢP SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.

2. Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Chú ý: * Số 0 và số 1 không là số nguyên tố và cũng không là hợp số.

- * 2 là số nguyên tố nhỏ nhất và cũng là số nguyên tố chẵn duy nhất. Các số nguyên tố nhỏ hơn 10 là 2, 3, 5, 7.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. a) Trong các số 121; 132; 337; 409; 621 và 881 số nào là hợp số? Số nào là số nguyên tố?

- h) Tìm hai ước nguyên tố của các số 55; 77; 91; 143; 5555.
2. a) Có thể thay chữ số nào vào dấu * để được những số nguyên tố:
 2^* ; $*1$; $*0^*$
- b) Tìm $m \in \mathbb{N}$ để tích $11 \cdot m$ là số nguyên tố.
- c) Tìm tập hợp các số $m \in \mathbb{N}$ để tích $11 \cdot m$ là hợp số nhỏ hơn 111.

Bài giải

1. a) - Các số 121; 132; 621 là các số đều lớn hơn 1, ngoài hai ước số là 1 và chính nó thì số 121 còn có ước là 11, số 132 còn có ước là 2 và số 621 còn có ước là 3. Vậy chúng là các hợp số.
Dùng bảng số nguyên tố từ 2 đến 997 để kiểm tra, ta thấy các số 337; 409; 881 là các số nguyên tố.
- b) - Ta có $55 = 5.11$. Vậy hai ước số nguyên tố (ƯSNT) của 55 là 5 và 11.
- Ta có $77 = 7.11$. Vậy hai ƯSNT của 77 là 7 và 11.
- Ta có $91 = 7.13$. Vậy hai ƯSNT của 91 là 7 và 13.
- Ta có $143 = 11.13$. Vậy hai ƯSNT của 143 là 11 và 13.
- Ta có $5555 = 5.11.101$
Vậy hai ƯSNT của 5555 là 5 và 11 hoặc 5 và 101 hoặc 11 và 101.
2. a) Dùng bảng số nguyên tố từ 2 đến 997 để ta lựa chọn các chữ số hợp lệ thay vào dấu * để được những số nguyên tố.
- 2^* có 23 và 29 là các số nguyên tố ,
- *1 có 11; 31; 41; 61; 71 là các số nguyên tố.
- $^*0^*$ có 101; 103; 107; 109; 307; 401; 409; 503; 509; 601; 701; 709; 809; 907 là các số nguyên tố.
- b) Để 11.m là số nguyên tố thì $m = 1$.
- c) Để 11.m là hợp số nhỏ hơn 111 thì $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Hướng dẫn

115. - Các số 312; 213; 435; 417; 3311 đều có các ước khác 1 và chính nó.
Ví dụ : $312 : 3$; $213 : 3$; $435 : 3$; $417 : 3$; $3311 : 11$
Vậy chúng là hợp số.
- Số 67 là số nguyên tố.
116. $83 \equiv P$, $91 \equiv P$, $15 \equiv N$, $P \equiv N$.
- 117 Các số nguyên tố: 131, 313, 647.
118. a) $3.4.5 + 6.7$ là một số lớn hơn 1 và có ước khác 1 và chính nó.
Vậy $3.4.5 + 6.7$ là một hợp số.
b) $7.9.11.13 - 2.3.4.7$ là một hợp số.
c) $3.5.7 + 11.13.17 = 2536$ là một hợp số.
d) $16354 + 67541 = 83895$ là một hợp số.
119. $\overline{1^*} = 12; 14; 15; 16; 18$
 $\overline{3^*} = 32; 33; 34; 35; 36; 38; 39$

C. Bài tập nâng cao

36. Lập bảng số nguyên tố từ 1 đến 100. Dựa vào bảng đó để trả lời các câu hỏi sau:
- Các số nguyên tố lớn hơn 10 tận cùng bằng chữ số gì?
 - Tại sao trong bất cứ chục nào cũng không thể có trên 4 số nguyên tố?
 - Viết tất cả các cặp số nguyên tố chỉ hơn kém 2 đơn vị (gọi là cặp số nguyên tố sinh đôi).

Giải

- Các số nguyên tố lớn hơn 10 tận cùng bằng những chữ số 1; 3; 7; 9.
 - Vì trong mỗi chục có 4 chữ số tận cùng bằng 1; 3; 7; 9 và nhiều nhất cả bốn số đó đều là số nguyên tố.
 - 3 và 5; 5 và 7; 11 và 13; 17 và 19; 29 và 31; 41 và 43; 59 và 61; 71 và 73.
37. Chứng minh số: $1991.1992.1993.1994 + 1$ là hợp số.

Giải

- Vì tổng $1991.1992.1993.1994 + 1$ có chữ số tận cùng là 5 nên tổng chia hết cho 5. Vậy tổng trên là một hợp số.
38. Không cần tính, hãy xem các hiệu sau đây: $2.3.5.7 - 2$ và $2.3.5.7 - 7$ là số nguyên tố hay hợp số?

Giải

Ta có hiệu $2.3.5.7 - 2$ chia hết cho 2 vì mỗi số hạng chia hết cho 2 vì hiệu $2.3.5.7 - 7$ vì mỗi số hạng chia hết cho 7.

Vậy cả hai hiệu đó đều là hợp số vì ngoài hai ước 1 và chính nó, hiệu thứ nhất có thêm ước là 2, hiệu thứ hai có thêm ước là 7.

39. Cho một số có 2 chữ số. Ta viết liền nhau hai chữ số đó thì được một số có 4 chữ số. Số có bốn chữ số này có thể là số nguyên tố không?

Giải

Gọi số đã cho có hai chữ số là $\overline{ab}$.

Theo đề bài ta có số có bốn chữ số là: $\overline{abab}$.

Ta có: $\overline{abab} = 100\overline{ab} + \overline{ab} = 101\overline{ab} : 101$

Vậy $\overline{abab}$ không là số nguyên tố vì $\overline{abab} : 101$.

Luyện tập

120. Thay chữ số vào dấu * để được số nguyên tố: $\overline{5*}$; $\overline{9*}$
121. a) Tìm số tự nhiên k để $3.k$ là số nguyên tố.
b) Tìm số tự nhiên k để $7.k$ là số nguyên tố.
122. Điền dấu "x" vào ô trống mà em chọn:

Câu	Đúng	Sai
a) Tồn tại hai số tự nhiên liên tiếp đều là số nguyên tố		
b) Tồn tại ba số lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố		
c) Mọi số nguyên tố đều là số lẻ		
d) Mọi số nguyên tố đều tận cùng bởi một trong các chữ số 1, 3, 7, 9		

Bổ sung thêm điều kiện để câu sai trở thành câu đúng.

123. Điền vào bảng sau biết rằng p là số nguyên tố lớn nhất mà bình phương của nó không vượt quá a , tức là $p^2 \leq a$

a	29	67	49	127	173	253
p	5					

124. Máy bay có động cơ ra đời năm nào?

Máy bay có động cơ ra đời năm $\overline{abcd}$, trong đó:

a là số có đúng một ước;

b là hợp số lẻ nhỏ nhất;

c không phải là số nguyên tố, không phải là hợp số và $c \neq 1$;

d là số nguyên tố lẻ nhỏ nhất.

Hướng dẫn

120. $\overline{5^*} = 53; 59$; $\overline{9^*} = 97$.
121. a) $3.k$ là số nguyên tố khi $k = 1$ vì khi đó $3.k = 3$ là số nguyên tố.
b) $7.k$ là số nguyên tố khi $k = 1$.
122. a) Đúng, chẳng hạn 2 và 3.
b) Đúng, chẳng hạn 3.5.7
c) Sai, vì dụ 2 là nguyên tố chẵn
d) Sai, vì dụ 5 là số nguyên tố tận cùng là 5.
- 123.

a	29	67	49	127	173	253
p	5	7	7	11	13	13

124. Ta xác định được: $a = 1$; $b = 9$; $c = 0$ và $d = 3$.
Vậy máy bay có động cơ ra đời năm 1903.

§15. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích các thừa số nguyên tố. Mọi số tự nhiên lớn hơn 1 đều phân tích được ra thừa số nguyên tố.
- Cách xác định số lượng các ước của một số.
Nếu một số n phân tích ra thừa số nguyên tố được:
$$n = a^x \cdot b^y \cdot c^z$$
 thì số lượng các ước của n là $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- Phân tích ra thừa số nguyên tố :
a) 34216; 41474; 42336
b) Viết tất cả các ước nguyên tố của ba số trên.
- Cho hai số 36 và 27
a) Tìm ước của mỗi số đó.
b) Những số nào vừa là ước của 36 vừa là ước của 27?

Bài giải

1. a)	34216	2	41474	2	42336	2
	17108	2	20737	89	21168	2
	8554	2	233	233	10584	2
	4277	7	1		5292	2
	611	13			2646	2
	47	47			1323	3
	1				441	3
					147	3
					49	7
					7	7
					1	

Vậy : $34216 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 47$; $41474 = 2 \cdot 89 \cdot 233$; $42336 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7^2$

b) Các ước nguyên tố của ba số trên là: 2; 7; 13; 47; 89; 233

2. Ta có: $36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$; $27 = 1 \cdot 27 = 3 \cdot 9$

a) $U(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

$U(27) = \{1; 3; 9; 27\}$

b) Các số vừa là ước của 36 vừa là ước của 27 là 1; 3; 9.

B. Bài tập căn bản

125. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố:

a) 60; b) 84; c) 285 d) 1035; e) 400; g) 1 000 000

126. An phân tích các số 120, 308, 567 ra thừa số nguyên tố như sau:

$$120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5; \quad 308 = 2 \cdot 3 \cdot 51; \quad 567 = 9^2 \cdot 7$$

An làm như trên có đúng không? Hãy sửa lại trong trường hợp An làm không đúng.

127. Hãy phân tích ra thừa số nguyên tố rồi cho biết mỗi số đó chia hết cho các số nguyên tố nào?

a) 225; b) 1800; c) 1050; d) 3060

128. Cho $a = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11$. Mỗi số 4; 8; 16; 11; 20 có là ước của a hay không?

Hướng dẫn

125. a)	60	2	b)	84	2	c)	285	3
	30	2		42	2		95	5
	15	3		21	3		19	19
	5	5		7	7		1	
	1			1				
	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$;			$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$;			$285 = 3 \cdot 5 \cdot 19$	

d)	1035	3	e)	400	2	g)	1000000	2
	345	3		200	2		500000	2
	115	5		100	2		250000	2
	23	23		50	2		125000	2
	1			25	5			
				5	5			
				1				

$$1035 = 3^2 \cdot 5 \cdot 23;$$

$$400 = 2^4 \cdot 5^2;$$

$$1000000 = 2^6 \cdot 5^6$$

126. An làm chưa đúng, sửa lại:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$306 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17;$$

$$567 = 3^4 \cdot 7$$

127. a) $225 = 3^2 \cdot 5^2$. Số 225 chia hết cho các số nguyên tố 3 và 5.

b) $1800 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3$. Số chia hết cho các số nguyên tố 2; 3 và 5.

c) $1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$. Số 1050 chia hết cho các số nguyên tố 2, 3; 5 và 7

d) $3060 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 17$. Số 3060 chia hết cho các số nguyên tố 2, 3; 5 và 17.

128. Với $a = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11 = 2200$, ta có: $a : 4; 8; 11, 20$ và $\cancel{a : 16}$

Vậy 4; 8; 11; 20 là ước của a.

C. Bài tập nâng cao

40. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên N khác 0 thì:

a) Mọi số nguyên tố lớn hơn 2 đều có dạng $4n \pm 1$

b) Mọi số nguyên tố lớn hơn 3 đều có dạng $6n \pm 1$

Giải

a) Một số tự nhiên N bất kì lớn hơn 2 khi chia cho 4 thì chỉ có thể xảy ra 1 trong 4 trường hợp:

N chia cho 4 dư 0 hoặc 1 hoặc dư 2 hoặc dư 3.

- Nếu N chia cho 4 dư 0 hoặc dư 2 thì $N : 2$. Vậy N là hợp số.

- Nếu N chia cho 4 dư 3 thì $N = 4m + 3 = 4m + 4 - 1 = 4(m + 1) - 1 = 4n - 1$ (với $m \in \mathbb{N}; m + 1 = n$)

Vậy mọi số nguyên tố lớn hơn 2 đều có dạng $4n \pm 1$.

b) Tương tự câu a). Xét số dư của phép chia số tự nhiên N cho 6.

41. Cho số tự nhiên $N = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ trong đó a, b, c, là các số nguyên tố phân biệt, còn x, y, z là các số tự nhiên khác 0.

Chứng minh rằng số ước số của N được định bởi công thức:

$$(x + 1)(y + 1)(z + 1)$$

Giải

Số ước của N chỉ chứa thừa số nguyên tố a là x, chỉ chứa thừa số nguyên tố b là y, chỉ chứa thừa số nguyên tố c là z, chỉ chứa thừa số nguyên tố a

và b là xy , chỉ chứa thừa số nguyên tố a và c là xz , chỉ chứa thừa số b và c là yz , chứa thừa số nguyên tố a, b, c là xyz .

Vậy số ước của N bằng:

$$\begin{aligned}x + y + z + xy + xz + yz + xyz + 1 &= x(z + 1) + y(z + 1) + xy(z + 1) + (z + 1) \\&= (z + 1)(x + y + xy + 1) = (z + 1)((y + 1) + x(y + 1)) \\&= (z + 1)(y + 1)(x + 1) \text{ (đpcm)}\end{aligned}$$

Kết quả này có thể suy rộng ra cho trường hợp 4, 5 thừa số nguyên tố

Ví dụ: Số $N = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ thì số ước của N bằng

$$(3 + 1)(5 + 1)(2 + 1) = 4 \cdot 6 \cdot 3 = 72$$

Luyện tập

129. a) Cho số $a = 5 \cdot 13$. Hãy viết tất cả các ước của a .
b) Cho số $b = 2^5$. Hãy viết tất cả các ước của b .
c) Cho số $c = 3^2 \cdot 7$. Hãy viết tất cả các ước của c .
130. Phân tích các số sau ra tích của các thừa số nguyên tố rồi tìm tập hợp các ước của mỗi số: 51; 75; 42; 30.
131. a) Tích của hai số tự nhiên bằng 42. Tìm mỗi số.
b) Tích của hai số tự nhiên a và b bằng 3. Tìm a và b biết rằng $a < b$.
132. Tâm có 28 viên bi, muốn xếp số bi đó vào các túi sao cho số bi ở các túi đều bằng nhau. Tâm có thể xếp 28 viên bi đó vào mấy túi? (kể cả trường hợp xếp vào một túi).
133. a) Phân tích số 111 ra thừa số nguyên tố rồi tìm tập hợp các ước của 111.
b) Thay dấu $*$ bởi chữ số thích hợp: $\overline{1*2} \cdot * = 111$

Hướng dẫn

129. a) $a = 5 \cdot 13$ Ư(a) = {1; 5; 13; 65}
b) $b = 2^5$ Ư(b) = {1; 2; 2²; 2³; 2⁴; 2⁵}
c) $c = 3^2 \cdot 7$ Ư(c) = {1; 3; 3²; 7; 3 \cdot 7; 3² \cdot 7}
130. a)
$$\begin{array}{r|l} 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$
 Vậy $51 = 3 \cdot 17$ và Ư(51) = {1; 3; 17; 51}
b) $75 = 3 \cdot 5^2$ và Ư(75) = {1; 3; 5; 15; 5²; 75}
c) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ và Ư(42) = {1; 2; 3; 7; 6; 14; 21; 42}
d) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ và Ư(30) = {1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30}
131. a) $42 = 1 \cdot 42 = 2 \cdot 21 = 3 \cdot 14 = 6 \cdot 7$
b) $a \cdot b = 30 = 1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$
Vậy: $a = 1; b = 30; a = 2; b = 15; a = 3; b = 10; a = 5; b = 6$ (điều kiện $a < b$)
132. Ta có: $28 = 1 \cdot 28 = 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$

Vậy Tâm có thể xếp vào 1 túi có 28 viên; hoặc 28 túi, mỗi túi có 1 viên bi hoặc 2 túi, mỗi túi có 14 viên hoặc 14 túi, mỗi túi có 2 viên; hoặc vào 4 túi, mỗi túi có 7 viên, hoặc vào 7 túi, mỗi túi có 4 viên.

133. a) $111 = 3.37$ Tập hợp các ước của 111 là $\{1, 3, 37, 111\}$

b) $**$ là ước của 111 và có hai chữ số nên $** = 37$. Vậy $37.3 = 111$

§16. ƯỚC CHUNG VÀ BỘI CHUNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ước của một nhóm số là ước của tất cả các số đó.

$$x \in \text{ƯC}(a, b) \text{ nếu } a : x \text{ và } b : x \text{ hay } \text{Ư}(a) \cap \text{Ư}(b) = \text{ƯC}(a, b)$$

2. Bội chung của một nhóm số là bội của tất cả các số đó.

$$x \in \text{BC}(a, b) \text{ nếu } x : a \text{ và } x : b \text{ hay } \text{BC}(a, b) = \text{B}(a) \cap \text{B}(b)$$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tìm các ước chung của các số: a) 18; 30 và 42; 25; 39 và 48

b) 15; 34 và 63, 42; 55 và 91

2. a) Tìm các bội chung của 9 và 12; của 3; 4 và 5.

b) Trong các cặp số 6 và 21; 8 và 34 thì cặp số nào có bội chung (khác 0) nhỏ hơn 100?

Bài giải

1. a) * Ta có: $\text{Ư}(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

$$\text{Ư}(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$$

$$\text{Ư}(42) = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$$

Vậy $\text{ƯC}(18; 30; 42) = \{1; 2; 3; 6\}$

* Ta có: $\text{Ư}(26) = \{1; 2; 13; 26\}$

$$\text{Ư}(39) = \{1; 3; 13; 39\}$$

$$\text{Ư}(48) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$$

Vậy $\text{ƯC}(26; 39; 48) = \{1\}$

b) * Ta có: $\text{Ư}(15) = \{1; 3; 5; 15\}$

$$\text{Ư}(34) = \{1; 2; 17; 34\}$$

$$\text{Ư}(63) = \{1; 3; 7; 9; 21; 63\}$$

Vậy $\text{ƯC}(15; 34; 63) = \{1\}$

* Ta có: $\text{Ư}(42) = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$

$$\text{Ư}(55) = \{1; 5; 11; 55\}$$

$$U(91) = \{1, 7, 13, 91\}$$

Vậy $U(42; 55; 91) = \{1\}$

2. a) * $B(9) = \{0; 9, 18, 27, 36; 45; 54; 63; 72; \dots\}$

$$B(12) = \{0; 12, 24, 36; 48; 60; 72; 84; \dots\}$$

Vậy $BC(9; 12) = \{0; 36; 72; \dots\}$

* $B(3) = \{0; 3, 6; 9, 12; 15; 18; \dots 60; \dots 120; \dots\}$

$$B(4) = \{0; 4, 8, 12, \dots 60; \dots 120; \dots\}$$

$$B(5) = \{0; 5, 10, 15, \dots 60; \dots 120; \dots\}$$

Vậy $BC(3; 4; 5) = \{0, 60; 120; \dots\}$

b) * $B(6) = \{0; 6; 12; 18, 24; 30; 36, 42; 48; 54; 60; 66, 72; 78; 84; 90, \dots\}$

$$B(21) = \{21; 42; 63, 84; \dots\}$$

Vậy $BC(6; 21) = \{21; 84; \dots\}$

$$B(8) = \{0; 8; 16, 24, 32; 40; \dots\}$$

$$B(34) = \{0, 34, 68; 102; 136, \dots\}$$

Vậy $B(8, 34) = \{0, 136, \dots\}$

Nhu vậy chỉ có cấp 6 và 21 có bội chung khác 0 và nhỏ hơn 100 (đó là 42 và 64).

B. Bài tập căn bản

134. Điền kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ vào ô vuông cho đúng:

a) 4 ☐ $U(12, 18)$;

b) 6 ☐ $U(12, 18)$;

c) 2 ☐ $U(4, 6, 8)$;

d) 4 ☐ $U(4, 6, 8)$;

e) 80 ☐ $BC(20, 30)$;

g) 60 ☐ $BC(20, 30)$;

f) 12 ☐ $BC(4, 6, 8)$;

h) 24 ☐ $BC(4, 6, 8)$.

135. Viết các tập hợp: a) $U(6)$, $U(9)$, $U(6, 9)$;

b) $U(7)$, $U(8)$, $U(7, 8)$;

c) $U(4, 6, 8)$.

136. Viết tập hợp A các số tự nhiên nhỏ hơn 40 là bội của 6.

Viết tập hợp B các số tự nhiên nhỏ hơn 40 là bội của 9.

Gọi M là giao của hai tập hợp A và B.

a) Viết các phần tử của tập hợp M.

b) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa tập hợp M với mỗi tập hợp A và B.

Hướng dẫn

134. a) 4 ☒ $U(12, 18)$;

b) 6 ☒ $U(12, 18)$;

c) 2 ☒ $U(4, 6, 8)$;

d) 4 ☒ $U(4, 6, 8)$;

e) $80 \notin BC(20, 30)$;

g) $60 \in BC(20, 30)$;

h) $12 \notin BC(4, 6, 8)$;

i) $24 \in BC(4, 6, 8)$

135. a) $U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$; $U(9) = \{1; 3; 9\}$

$UC(6; 9) = U(6) \cap U(9) = \{1; 3\}$

b) $U(7) = \{1; 7\}$; $U(8) = \{1; 2; 4; 8\}$; $UC(7, 8) = \{1\}$

c) $UC(4, 6, 8) = \{1; 2\}$.

136. a) $B(6) = \{0; 6; 12; 18; 24; 30; 36; \dots\}$; $B(9) = \{0; 9; 18; 27; 36; \dots\}$

$BC(6; 9) = \{0; 18; 36; \dots\}$

b) $M = \{0; 18; 36\}$; $M \subset A, M \subset B$.

Luyện tập

137. Tìm giao của hai tập hợp A và B, biết rằng:

a) $A = \{\text{cam, táo, chanh}\}$; $B = \{\text{cam, chanh, quýt}\}$.

b) A là tập hợp các học sinh giỏi môn Văn của một lớp, B là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán của lớp đó;

c) A là tập hợp các số chia hết cho 5, B là tập hợp các số chia hết cho 10,

d) A là tập hợp các số chẵn, B là tập hợp các số lẻ.

138. Có 24 bút bi, 32 quyển vở. Cô giáo muốn chia số bút và số vở đó thành một số phần thưởng như nhau gồm cả bút và vở. Trong các cách chia sau, cách nào thực hiện được? Điền vào chỗ trống trong trường hợp chia được.

Cách chia	Số phần thưởng	Số bút ở mỗi phần thưởng	Số vở ở mỗi phần thưởng
a	4		
b	6		
c	8		

Hướng dẫn

137. a) $\{\text{cam, chanh}\}$

b) Tập hợp các học sinh vừa giỏi Toán vừa giỏi Văn của lớp.

c) Có ba cách trả lời: là tập hợp B, là tập hợp các số chia hết cho 10, là tập hợp các số có chữ số tận cùng là 0.

d) $\emptyset$

138.

Cách chia	Số phần thưởng	Số bút ở mỗi phần thưởng	Số vở ở mỗi phần thưởng
a	4	x	x
b	6	x	
c	8	x	x

§17. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ước chung lớn nhất của một nhóm số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.
2. Muốn tìm UCLN của một nhóm số lớn hơn 1, ta thực hiện:
Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.
- Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.
- Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất của nó.
Tích đó là UCLN phải tìm.
3. Chú ý:
- a và b nguyên tố cùng nhau $\Leftrightarrow (a, b) = 1$
- $a; b; c$ nguyên tố cùng nhau đôi một $\Leftrightarrow (a, b) = (b, c) = (c, a) = 1$
- Nếu $a : b$ thì $(a, b) = b$
- Tập hợp các ước chung của a và b chính là tập hợp các ước của UCLN(a, b).
- Để tìm ước chung của các số đã cho, ta có thể tìm các ước của UCLN của các số đó.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. a) Tìm ước chung lớn nhất của: 85; 161; và 333; 630; 1155 và 5985
b) Nếu $a : b$ thì UCLN(a, b) bằng bao nhiêu? Cho ví dụ.
2. Một lớp học có 28 nam và 24 nữ. Có bao nhiêu cách chia tổ cho số nam và nữ chia đều cho mỗi tổ? Cách chia nào để có số học sinh ít nhất?

Bài giải

1. a) * Ta có: $85 = 5.17$; $161 = 7.23$ và $333 = 3^2.37$
Vậy UCLN($85; 161; 333$) = 1
* Ta có: $630 = 2.3^2.5.7$; $1155 = 3.5.7.11$; $5985 = 3^2.5.7.19$
Vậy UCLN($630; 1155; 5985$) = $3.5.7 = 105$.
b) Vì $a : b$ nên b là ước của a và $b : b$ nên b là ước lớn nhất của b .
Vậy nếu $a : b$ thì UCLN($a; b$) = b
Ví dụ: Ta có $8 : 4$ nên UCLN($8; 4$) = 4
2. Vì số nam và số nữ chia đều cho các tổ nên số tổ định chia phải là ước chung (khác 1) của 28 và 24.
Phân tích 28 và 24 ra thừa số nguyên tố, ta được: $28 = 2^2.7$; $24 = 2^3.3$.

Do đó ƯCLN $(28; 24) = 2^2 = 4$

Suy ra ƯC $(28; 24) = \{1; 2; 4\}$

Vậy, có 2 cách chia tổ, chia thành 2 tổ hoặc chia thành 4 tổ.

Nếu chia thành 4 tổ thì số học sinh trong mỗi tổ là ít nhất và có 13 học sinh (7 nam và 6 nữ).

B. Bài tập căn bản

139. Tìm ƯCLN của :

- a) 56 và 140; b) 24, 84, 180, c) 60 và 180; d) 15 và 19

140. Tìm ƯCLN của: a) 16, 80, 176 b) 18, 30, 77

141. Có hai số nguyên tố cùng nhau nào mà cả hai đều là hợp số không?

Hướng dẫn

139. a) Ta có: $56 = 2^3 \cdot 7$, $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

Vậy ƯCLN $(56; 140) = 2^2 \cdot 7 = 28$

b) $24 = 2^3 \cdot 3$, $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$, $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Vậy ƯCLN $(28; 84, 180) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

c) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Vậy ƯCLN $(60, 180) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

d) $15 = 3 \cdot 5$. Vậy ƯCLN $(15; 19) = 1$

140. a) Ta có: $16 = 2^4$, $80 = 2^4 \cdot 5$, $176 = 2^4 \cdot 11$

Vậy ƯCLN $(16; 80; 176) = 2^4 = 16$

b) ƯCLN $(18; 30; 77) = 1$

141. Có, chẳng hạn 8 và 9.

C. Bài tập nâng cao

42. Tìm tất cả các ước chung của hai số tự nhiên liên tiếp nhau.

Giải

Gọi 2 số tự nhiên liên tiếp nhau là $n, n + 1$ và d là ước chung của n và $n + 1$.

Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} d \mid n \\ d \mid n + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid (n + 1) - n \Rightarrow d \mid 1$$

Vậy $(n, n + 1) = 1$

43. Chứng minh các số sau đây nguyên tố cùng nhau:

a) Hai số lẻ liên tiếp;

b) Số $3n + 1$ và $4n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$)

Giải

Hướng dẫn: Ta biết hai số NTCN là 2 số có ƯCLN bằng 1.

Gọi d là ƯCLN của chúng, sau đó ta chứng minh $d = 1$

a) Gọi 2 số lẻ liên tiếp là $2n + 1$ và $2n + 3$ ($n \in \mathbb{N}$)

Đặt $(2n + 1, 2n + 3) = d$

$$\text{Suy ra } \left. \begin{array}{l} d \mid 2n+1 \\ d \mid 2n+3 \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid [(2n+3) - (2n+1)]$$

Hãy: $d \mid 2$ Vậy $d \in \{1, 2\}$

Nhưng vì d là ước của 2 số lẻ nên $d \neq 2$. Vậy $d = 1$.

$$\text{Suy ra: } (2n+1, 2n+3) = 1$$

b) Đặt: $(3n+1, 4n+1) = d$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } d \mid 3n+1 &\Rightarrow \begin{cases} d \mid 3n+1 \Rightarrow d \mid 4(3n+1) \\ d \mid 4n+1 \Rightarrow d \mid 3(4n+1) \end{cases} \\ &\Rightarrow d \mid \{4(3n+1) - 3(4n+1)\} \Rightarrow d \mid 1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } d = 1$$

$$\text{Suy ra: } (3n+1, 4n+1) = 1.$$

44. Cho $(a, b) = 1$ và $a > b$. Chứng minh rằng:

a) $(a, a+b) = 1$;

b) $(a, a-b) = 1$

Giải

a) Đặt: $(a, a+b) = d$

$$\text{Suy ra: } \left. \begin{array}{l} d \mid a \\ d \mid a+b \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid (a+b) - a \Rightarrow d \mid b$$

Mà $d \mid a$ nên d là ƯC của a và b

Nhưng do $(a, b) = 1$ nên $d = 1$. Vậy $(a, a+b) = 1$.

b) Chứng minh tương tự câu a).

45. Người ta muốn chia 4 cuộn dây theo thứ tự dài 175dm, 280dm; 315dm, 420dm thành những cuộn nhỏ dài bằng nhau. Hỏi:

a) Mỗi cuộn dây nhỏ dài nhiều nhất là bao nhiêu?

b) Với cách chia như trên, mỗi cuộn lớn được chia thành bao nhiêu cuộn nhỏ?

Giải

a) Vì chia 4 cuộn lớn thành những cuộn nhỏ dài bằng nhau nên chiều dài lớn nhất của mỗi cuộn nhỏ là ƯCLN (175; 280; 315; 420)

$$\text{Mà } \text{ƯCLN}(175; 280; 315; 420) = 35$$

Vậy mỗi cuộn nhỏ dài nhiều nhất là 35 dm.

b) Cuộn I chia thành: $175 : 35 = 5$ (cuộn nhỏ)

II chia thành: $280 : 35 = 8$ (cuộn nhỏ)

III chia thành: $315 : 35 = 9$ (cuộn nhỏ)

VI chia thành: $420 : 35 = 12$ (cuộn nhỏ)

Luyện tập 1

142. Tìm ƯCLN rồi tìm các ước chung của:

a) 15 và 24;

b) 180 và 234;

c) 60; 90; 135

143. Tìm số tự nhiên a lớn nhất biết rằng $420 : a$ và $700 : a$.
144. Tìm các ước chung lớn hơn 20 của 144 và 192.
145. Lan có một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 75cm và 105cm. Lan muốn cắt tấm bìa thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết, không còn thừa mảnh nào. Tính độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông.

Hướng dẫn

142. a) Ta có: $16 = 2^4$; $24 = 2^3 \cdot 3$. Vậy $ƯCLN(16; 24) = Ư(8) = \{1; 2; 4; 8\}$
 b) Ta có $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $234 = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$. Vậy $ƯCLN(180; 234) = 2 \cdot 3^2 = 18$
 Suy ra $ƯC(180; 234) = Ư(18) = \{1; 2; 3; 6; 9\}$
 c) $ƯC(60, 90, 135)$ là: 1.3.5.15. Vậy $ƯCLN(60, 90, 135) = 15$.
143. Tìm số tự nhiên a lớn nhất biết rằng $420 : a$ và $700 : a$ tức là đi tìm $ƯCLN(420; 700)$
 Ta có: $ƯCLN(420; 700) = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$. Vậy $a = 140$.
144. $Ư(144) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 36; 48; 72; 144\}$
 Và $Ư(192) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 18; 24; 32; 48; 64; 96; 192\}$
 Vậy $ƯC(144; 192)$ và lớn hơn 20 là $\{24; 48\}$.
145. Độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông là $ƯCLN$ của chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật.
 Ta có: $ƯCLN(75, 105) = 3 \cdot 5 = 15$
 Vậy độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông là 15 cm.

Luyện tập 2

146. Tìm số tự nhiên x biết rằng $112 : x$ và $10 < x < 20$.
147. Mai và Lan mỗi người mua cho tổ mình một số hộp bút chì màu. Mai mua 28 bút, Lan mua 36 bút. Số bút trong các hộp bút đều bằng nhau và số bút trong mỗi hộp lớn hơn 2.
 a) Gọi số bút trong mỗi hộp là a . Tìm quan hệ giữa số a với mỗi số 28, 36, 2.
 b) Tìm số a nói trên.
 c) Hỏi Mai mua bao nhiêu hộp bút chì màu? Lan mua bao nhiêu hộp bút chì màu?
148. Đội văn nghệ của một trường có 48 nam và 72 nữ về một huyện để biểu diễn. Muốn phục vụ được nhiều đơn vị hơn, đội dự định chia thành các tổ gồm cả nam và nữ, số nam được chia đều vào các tổ, số nữ cũng vậy. Có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu tổ?
 Khi đó mỗi tổ có bao nhiêu nam, bao nhiêu nữ?

Hướng dẫn

146. Tìm số tự nhiên x biết $112 \vdots x$ và $140 \vdots x$ và $10 < x < 20$ tức là đi tìm $x \in \text{ƯC}(112; 140)$ thỏa điều kiện $10 < x < 20$:
Ta có: $\text{ƯC}(112; 140) = \{1; 2; 7; 14; 28\}$ Vậy $x = 14$
147. a) a là ước của 28 (hay $28 \vdots a$), a là ước của 36 (hay $36 \vdots a$), $a > 2$.
b) $a \in \text{ƯC}(28, 36)$ và $a > 2$. Từ đó tìm được $a = 4$.
c) Mai mua 7 hộp bút, Lan mua 9 hộp bút.
148. a) Để chia được thành nhiều tổ nhất và mỗi tổ có đều số nam và nữ, thì số tổ chính là ƯCLN của số nam và số nữ.
Ta có: $\text{ƯCLN}(48; 72) = 2^3 \cdot 3 = 24$. Vậy chia nhiều nhất được 24 tổ.
b) Khi đó số nam trong mỗi tổ là $48 : 24 = 2$ (người) và số nữ trong mỗi tổ là $72 : 24 = 3$ (người)

§18. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

I. TÓM TẮT GIẢNG KHOA

1. Số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số gọi là BCNN của chúng
2. Cách tìm BCNN
 - Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.
 - Lập tích các thừa số chung và riêng đó, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó.
3. Tìm BC thông qua tìm BCNN: Muốn tìm bội chung của một nhóm số, ta tìm các bội của BCNN của các số đó.
4. Chú ý:
 - Nếu các số đã cho từng đôi một nguyên tố cùng nhau thì BCNN của chúng là tích của các số đó.
 - Trong các số đã cho, nếu số lớn nhất là bội của các số còn lại thì BCNN của các số đã cho là số lớn nhất ấy.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. a) Tìm BCNN của: 5083, 11339 và 1955; 4301, 13464 và 4625
b) Trong hai số BCNN(16; 25) và BCNN(16; 32) thì số nào nhỏ hơn?
2. Các cột dây điện trước đây trồng cách nhau 45 mét nay thì phải trồng lại cách nhau 60 mét. Hỏi sau cột đầu không trồng lại thì đến cột thứ mấy không phải trồng lại?

Bài giải

1. a) Ta có: * $5083 = 13.17.23$; $11339 = 17.23.29$ và $1955 = 5.17.23$.
Vậy $BCNN(5083; 11339; 1955) = 5.13.17.23.29 = 737035$
* $4301 = 11.17.23$ $13464 = 2^3.3^2.11.17$ $4625 = 5^3.37$
Vậy $BCNN(4301; 13464; 4625) = 2^3.3^2.5^3.11.17.23.37$
 $= 1432233000$
- b) Ta có $BCNN(16; 25) = 400$ và $BCNN(16; 32) = 32$;
Vì $400 > 32$ nên $BCNN(16; 25) > BCNN(16; 32)$.

Hướng dẫn

2. Ta cần hiểu ý của đề bài: Sau cột đầu không trống lại thì cột gần nhất không phải trống lại là cột thứ mấy?
Trước hết ta tìm khoảng cách gần nhất giữa hai cột không phải trống lại.
Khoảng cách này phải chia hết đồng thời cho 45 và 60 nên nó là $BCNN(45; 60) = 180$
Vậy cột tiếp theo cột đầu không phải trống lại là cột thứ:

$$\frac{180}{45} + 1 = 4 + 1 = 5$$

B. Bài tập căn bản

149. Tìm BCNN của :
a) 60 và 280; b) 84 và 108; c) 13 và 15.
150. Tìm BCNN của : a) 10, 12, 15; b) 8, 9, 11; c) 24, 40, 168.
151. Hãy tính nhẩm BCNN của một nhóm số sau bằng cách nhân số lớn nhất lần lượt với 1, 2, 3 ... cho đến khi được kết quả là một số chia hết cho các số còn lại:
a) 30 và 150; b) 40, 28, 140; c) 100, 120, 200.

Hướng dẫn

149. a) Ta có: $60 = 2^2.3.5$; $280 = 2^3.5.7$. Vậy $BCNN(60, 280) = 2^3.3.5.7 = 840$
b) $84 = 2^2.3.7$; $108 = 2^2.3^3$. Vậy $BCNN(84; 108) = 2^2.3^3.7 = 756$
c) $BCNN(13; 15) = 13.15 = 195$
150. a) $10 = 2.5$; $12 = 2^2.3$; $15 = 3.5$. vậy $BCNN(10, 12, 15) = 2^2.3.5 = 60$
b) $BCNN(8, 9, 11) = 8.9.11 = 792$
c) $24 = 2^3.3$; $40 = 2^3.5$, $168 = 2^3.3.7$. Vậy $BCNN(24; 40; 128) = 840$
151. a) 150; b) 280; c) 600.

C. Bài tập nâng cao

46. Tìm các bội chung lớn hơn 1000 và nhỏ hơn 2000 của các số 72, 90 và 120.

Giải

$$\text{LCNN}(72; 90; 120) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

Các BC(72; 90; 120) lớn hơn 1000 và nhỏ hơn 2000, ta chọn: $q \in \{3; 4; 5\}$

Vậy các số cần tìm là: 1080; 1440; 1800

47. Tìm số nhỏ hơn 400 mà khi chia cho 2; 3; 4; 5 và 6 đều dư 1, nhưng khi chia cho 7 thì không còn dư.

Giải

Gọi số cần tìm là a ($a \in \mathbb{N}; 0 < a < 400$)

Theo đề bài ta có: $a - 1 \in \text{BC}(2; 3; 4; 5; 6)$ và $a \div 7$

$$\text{LCNN}(2; 3; 4; 5; 6) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Vậy $a - 1 \in \{0; 60; 120; 180; 240; 300; 360; 420; \dots\}$

Vì $a < 400$ nên $a \in \{1; 61; 121; 181; 241; 301; 361\}$

Do $a \div 7$ nên chọn $a = 301$. Vậy số phải tìm là 301.

48. Tìm số nhỏ nhất mà khi chia cho 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 thì được số dư lần lượt là: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8.

Giải

Gọi số cần tìm là a ($a \in \mathbb{N}, a > 0$)

Theo đề bài ta có: $a + 1 \div 2;$

$$a + 1 \div 3$$

.....

$$a + 1 \div 9$$

Vậy $a + 1 \in \text{BC}(2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9)$

$$\text{Mà } \text{BC}(2; 3; 4; \dots; 9) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520.$$

Do đó $a + 1 \in \{0; 2520; 5040; 7560; \dots\}$

Vì $a + 1 > 0$ và a là số nhỏ nhất nên ta chọn $a + 1 = 2520$.

Suy ra: $a = 2519$.

49. Một đội thiếu niên khi xếp hàng 3, hàng 4, hàng 5 đều thừa 2 người. Hỏi đội thiếu niên có bao nhiêu người, biết số người trong khoảng từ 180 đến 200.

Giải

Gọi số học sinh là a ($a \in \mathbb{N}; 160 \leq a \leq 200$)

$$\left. \begin{array}{l} (a-2) \div 3 \\ (a-2) \div 4 \\ (a-2) \div 5 \end{array} \right\} \Rightarrow a-2 \in \text{BC}(3; 4; 5)$$

$$\text{BCNN}(3; 4; 5) = 60$$

$$\text{Suy ra } \text{BC}(3; 4; 5) = B(60) = \{0, 60, 120, 180, 240, \dots\}$$

Vì $160 \leq a \leq 200$ ta chọn $a - 2 = 180$ hay $a = 182$

Vậy đội thiếu niên có 182 người.

Luyện tập 1

152. Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất khác 0 biết rằng : $a \vdots 15$ và $a \vdots 18$.
153. Tìm các bội chung nhỏ hơn 500 của 30 và 45.
154. Học sinh lớp 6C khi xếp hàng 2, hàng 3, hàng 4, hàng 8 đều vừa đủ hàng. Biết số học sinh lớp đó trong khoảng từ 35 đến 60. Tính số học sinh của lớp 6C.
155. Cho bảng:

a	6	150	28	50
b	4	20	15	50
$ƯCLN(a, b)$	2	...	...	...
$BCNN(a, b)$	12	...	...	...
$ƯCLN(a, b).BCNN(a, b)$	24	...	...	...
$a.b$	24	...	...	...

- a) Điền vào các ô trống của bảng.
- b) So sánh tích $ƯCLN(a, b).BCNN(a, b)$ với tích $a.b$.

Giải

152. a là BCNN (15; 18). Vậy $a = 90$.
153. BCNN (30; 45) = 90. Các bội chung nhỏ hơn 500 của 30 và 45 là :
0, 90, 180, 270, 360, 450.
154. Gọi số học sinh là a . Ta có $a \in BC(2, 3, 4, 8)$ và $35 \leq a \leq 60$.
 $BCNN(2, 3, 4, 8) = 24$. Vậy $a = 48$.
155. a)

a	6	150	28	50
b	4	20	15	50
$ƯCLN(a, b)$	2	10	1	50
$BCNN(a, b)$	12	300	420	50
$ƯCLN(a, b).BCNN(a, b)$	24	3000	420	2500
$a.b$	24	3000	420	2500

- b) Ta có $ƯCLN(a, b).BCNN(a, b) = a.b$.

Luyện tập 2

156. Tìm số tự nhiên x , biết rằng: $x \vdots 12$, $x \vdots 21$; $x \vdots 28$ và $150 < x < 300$.
157. Hai bạn An và Bách cùng học một trường nhưng ở hai lớp khác nhau. An cứ 10 ngày trực nhật một lần. Còn Bách thì 12 ngày trực nhật một lần. Lần đầu cả hai bạn cùng trực nhật vào một ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì hai bạn lại cùng trực nhật?

158. Hai đội công nhân nhân trồng một số cây như nhau. Mỗi công nhân đội I phải trồng 8 cây, mỗi công nhân đội II phải trồng 9 cây. Tính số cây mỗi đội phải trồng, biết rằng số cây đó trong khoảng từ 100 đến 200.

Giải

156. $x \in BC(12, 21, 28)$ và $150 < x < 300$.
 $BCNN(12, 21, 28) = 84$. Vậy $x \in \{168, 252\}$.
157. Số ngày phải tìm là $BCNN(10, 12) = 60$.
158. Gọi số cây mỗi đội phải trồng là a .
 Ta có $a \in BC(8, 9)$ và $100 \leq a \leq 200$. Vậy $a = 144$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

159. Tìm kết quả các phép tính:

a) $n - n$; b) $n : n (n \neq 0)$; c) $n + 0$;
 d) $n - 0$; e) $n \cdot 0$; g) $n \cdot 1$; h) $n : 1$.

160. Thực hiện các phép tính:

a) $204 - 84 : 12$; b) $15 \cdot 2^3 + 4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 7$;
 c) $5^6 : 5^3 + 2^3 \cdot 2^2$; d) $164 \cdot 53 + 47 \cdot 164$.

161. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $219 - 7(x + 1) = 100$; b) $(3x - 6) \cdot 2 = 3^4$.

162. Để tìm số tự nhiên x , biết rằng nếu lấy số đó trừ đi 3 rồi chia cho 8 thì được 12, ta có thể viết $(x - 3) : 8 = 12$ rồi tìm x , ta được $x = 99$.

Bằng cách làm như trên, hãy tìm số tự nhiên x , biết rằng nếu nhân nó với 3 rồi trừ đi 8, sau đó chia cho 4 thì được 7.

163. Đố: Điền các số 25, 18, 22, 33 vào chỗ trống và giải bài toán sau:

Lúc ... giờ, người ta thắp một ngọn nến có chiều cao ...cm. Đến ... giờ cùng ngày, ngọn nến chỉ còn cao ...cm. Trong một giờ, chiều cao của ngọn nến giảm bao nhiêu xentimét?

164. Thực hiện phép tính rồi phân tích kết quả ra thừa số nguyên tố:

a) $(1000 + 1) : 11$; b) $14^2 + 5^2 + 2^2$;
 c) $29 \cdot 31 + 144 : 12^2$; d) $333 : 3 + 255 : 15^2$.

165. Gọi P là tập hợp các số nguyên tố. Điền kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ thích hợp vào ô vuông:

a) $747 \square P$; $235 \square P$; $97 \square P$; b) $a = 835 \cdot 123 + 318$; $a \square P$;
 c) $b = 5 \cdot 7 \cdot 11 + 13 \cdot 17$; $b \square P$; d) $c = 2 \cdot 5 \cdot 6 - 2 \cdot 29$; $c \square P$.

166. Vết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 84 : x, 180 : x \text{ và } x > 6\}$;
 b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 12, x : 15, x : 18 \text{ và } 0 < x < 300\}$.

167. Một số sách nếu xếp thành từng bó 10 quyển, 12 quyển hoặc 15 quyển đều vừa đủ bó. Tính số sách đó biết rằng số sách trong khoảng từ 100 đến 150
168. Máy bay trực thăng ra đời năm nào?

b) Máy bay trực thăng ra đời năm abcd

Biết rằng: a không là số nguyên tố, cũng không là hợp số, b là số dư của phép chia 105 cho 12; c là số nguyên tố nhỏ nhất; d là trung bình cộng của b và c.



169. **Đố:** Bé kia chăn vịt khác thường
Buộc đi cho được chẵn hàng mới ưa.

Hàng 2 xếp thấy chưa vừa,
Hàng 3 xếp cũng còn thừa một con,
Hàng 4 xếp cũng chưa tròn,
Hàng 5 xếp thiếu 1 con mới đầy.
Xếp thành hàng 7, đẹp thay!
Vịt bao nhiêu? Tính được ngay mới tài!
(Biết số vịt chưa đến 200 con).



Hướng dẫn

159. a) $n - n = 0$; b) $n : n = 1$; c) $n + 0 = 0$
d) $n - 0 = n$; e) $n \cdot 0 = 0$; g) $n \cdot 1 = n$; h) $n : 1 = n$.
160. a) $204 - 84 : 12 = 204 - 7 = 197$
b) $15 \cdot 2^3 + 4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 7 = 15 \cdot 8 + 4 \cdot 9 - 35 = 120 + 36 - 35 = 121$
c) $5^6 : 5^3 + 2^3 \cdot 2^2 = 5^3 + 2^5 = 125 + 32 = 157$
d) $164 \cdot 53 + 47 \cdot 164 = 164(53 + 47) = 164 \cdot 100 = 16400$.
161. a) $219 - 7(x + 1) = 100$ b) $(3x - 6) \cdot 3 = 3^4$

$$219 - 7x - 7 = 100$$

$$219 - 100 - 7 = 7x$$

$$7x = 112$$

$$x = 112 : 7$$

$$x = 16$$

$$3x - 6 = 3^4 : 3$$

$$3x = 27 + 6$$

$$3x = 33$$

$$x = 33 : 3$$

$$x = 11$$
162. Theo đề bài có: $(3x - 8) : 4 = 7$

$$3x - 8 = 4 \cdot 7$$

$$3x = 28 + 8$$

$$3x = 36$$

$$x = 36 : 3$$

$$x = 12$$
163. Lần lượt điền các số 18, 33, 22, 25.
Trong một giờ chiều cao ngọn nến giảm 2cm.
164. a) $(1000 + 1) : 11 = 1001 : 11 = 91 = 7 \cdot 13$

$$b) 14^2 + 5^2 + 2^2 = 196 + 25 + 4 = 225 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$c) 29 \cdot 31 + 144 : 12^2 = 899 + 1 = 900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$d) 333 : 3 + 225 : 15^2 = 111 + 1 = 112 = 2^4 \cdot 7$$

165. a) $747 \notin P$, $235 \notin P$, $97 \in P$ b) $a = 835.123 + 318$; $a \in P$

c) $b = 5.7.11 + 13.17$; $b \notin P$ d) $c = 2.5.6 - 2.29$; $c \in P$.

166. a) $x \in \text{ƯC}(84, 180)$ và $x > 6$

$$\text{ƯCLN}(84, 180) = 12$$

$$\text{ƯC}(84, 180) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}. \text{ Do } x > 6 \text{ nên } A = \{12\}.$$

b) $x \in \text{BC}(12, 15, 18)$ và $0 < x < 300$

$$\text{BCNN}(12, 15, 18) = 180$$

$$\text{BC}(12, 15, 18) = \{0, 180, 360\}. \text{ Do } 0 < x < 300 \text{ nên } B = \{180\}.$$

167. Gọi số sách là a . Ta có: $a : 10$, $a : 12$, $a : 15$ và $100 \leq a \leq 150$.

Do đó: $a \in \text{BC}(10, 12, 15)$ và $100 \leq a \leq 150$

$$\text{BCNN}(10, 12, 15) = 60$$

$$A \in \{60; 120; 180; \dots\}$$

Do $100 \leq a \leq 150$ nên $a = 120$.

168. Máy bay trực thăng ra đời năm 1936

169. Số vịt chia cho 5 thiếu 1 nên có tận cùng bằng 4 hoặc 9. Số vịt không chia hết cho 2 nên không có tận cùng bằng 4. Do đó có tận cùng bằng 9. Số vịt chia hết cho 7 và nhỏ hơn 200. Xét các bội của 7 có tận cùng bằng 9 và nhỏ hơn 200. Ta có:

$$7 \cdot 7 = 49; \quad 7 \cdot 17 = 119; \quad 7 \cdot 27 = 189$$

Do số vịt chia cho 3 dư 1 nên ta loại các số 119 và 189. Vậy số vịt là 49 con.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG I

1. Chọn câu trả lời đúng. Tập hợp M các số tự nhiên nhỏ hơn 5 là

A. $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

B. $M = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

C. $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

D. $M = \{1; 2; 3; 4\}$.

2. Cho tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 17 < x < 35\}$. Trong các cách ghi sau đây, cách nào ghi sai?

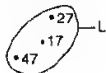
A. $(17 + 7) \in B$

B. $25 \in B$

C. $35 \notin B$

D. $\{20; 25; 30\} \in B$.

3. Cho hình bên dưới. Tìm câu trả lời sai.



- A. $M = \{74; 0\}$ B. $N = \{7; 12\}$
C. $L = \{17; 27; 47\}$ D. $K = \{0; 74\}$.
4. Cho tập hợp X là các số tự nhiên chia hết cho 3 và nhỏ hơn 2008. Câu trả lời đúng là :
- A. $100 \in X; 150 \in X$ B. $0 \in X; 1278 \in X$
C. $2000 \in X; 2004 \in X$ D. $948 \in X; 3003 \in X$.
5. Chọn câu trả lời đúng. Tập hợp các chữ cái trong cụm từ "GIA LAI" là :
- A. $\{G; L; A; I\}$ B. $\{G; I; A\}$
C. $\{GIA; LAI\}$ D. $\{TAY; NGUYEN\}$.
6. Cho các tập hợp sau :
- $M = \{2; 3; 6; 8; 10\};$ $N = \{0; 1; 2; 3; \dots; 100\}$
 $P = \{3; 6; 8\};$ $Q = \{1; 3; 5; 8\}$
- Chọn khẳng định sai :
- A. $M \in N$ B. $P \in M$ C. $Q \in N$ D. $Q \in M$.
7. Chọn câu trả lời đúng. Hai số tự nhiên chẵn liên tiếp liền sau số 50 là :
- A. 48; 49 B. 51; 52 C. 46; 48 D. 52; 54.
8. Chọn câu trả lời đúng. Cho tập hợp $A = \emptyset$. Số phần tử của tập hợp A là :
- A. Không có phần tử nào B. Một phần tử
C. Vô số phần tử D. Hai phần tử.
9. Chọn câu trả lời đúng. Số phần tử của tập hợp các số tự nhiên chẵn từ số 6 đến số 28 là .
- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG I

1. Chọn câu B.
2. $35 \in B$. Chọn câu C.
3. $K = \{0\}$. Chọn câu D.
4. Ta có : 0 và 1278 chia hết cho 3. Chọn câu B.
(Lưu ý : Tổng các chữ số của một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 3).
5. Chọn câu A.
6. Chọn câu D.
7. Chọn câu D.
8. Chọn câu A.
9. Chọn câu C. (Vì số chẵn bằng : $\frac{28-6}{2} + 1 = 12$ (số)).

§1. LÀM QUEN VỚI SỐ NGUYÊN ÂM

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trong thực tế, bên cạnh các số tự nhiên, người ta còn dùng các số với dấu “-” đằng trước, như: $-1, -2, -3, \dots$ (đọc là âm 1, âm 2, âm 3, ... hoặc trừ 1, trừ 2, trừ 3, ...). Những số như thế được gọi là *số nguyên âm*.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập căn bản

1. Hình bên minh họa một phần các nhiệt kế (tính theo độ C):

a) Viết và đọc nhiệt độ ở các nhiệt kế.

b) Trong hai nhiệt kế a và b, nhiệt độ nào cao hơn?

2. Đọc độ cao của các địa điểm sau:

a) Độ cao của đỉnh núi Ê-vơ-rét (thuộc Nê-pan) là 8848 mét (cao nhất thế giới);

b) Độ cao của đáy vực Ma-ri-an (thuộc vùng biển Phi-líp-pin) là $-11\,524$ mét (sâu nhất thế giới).

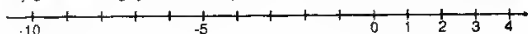
3. Người ta còn dùng số nguyên âm để chỉ thời gian trước Công nguyên. Chẳng hạn, nhà toán học Pi-ta-go sinh năm -570 nghĩa là ông sinh năm 570 trước Công nguyên.

Hãy viết số (nguyên âm) chỉ năm tổ chức Thế vận hội đầu tiên, biết rằng nó diễn ra năm 776 trước Công nguyên.

4. a) Ghi điểm gốc 0 vào trục số ở hình dưới.



b) Hãy ghi các số nguyên âm nằm giữa các số -10 và -5 vào trục số ở hình dưới.



5. Vẽ một trục số và vẽ:

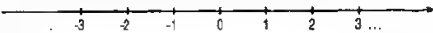
- Những điểm nằm cách điểm 0 ba đơn vị.
- Ba cặp điểm biểu diễn số nguyên cách đều điểm 0.

Bài giải

- a) Các nhiệt kế a, b, c, d, e theo thứ tự chỉ -3°C , -2°C , 0°C , 2°C , 3°C và đọc là âm ba độ C, âm hai độ C,...
b) Nhiệt độ chỉ trong nhiệt kế b cao hơn.
- b) Độ cao của đáy vực Ma-ri-an là âm 11 524 mét.
- Năm -776.
- a) Kể từ số 4, ta ghi tiếp các số theo thứ tự ngược từ phải qua trái: 3, 2, 1, 0.
Điểm chỉ số 0 là điểm gốc của trục số.
b) Kể từ số -5, ta ghi tiếp các số theo thứ tự ngược từ phải qua trái: -6, -7, -8, -9.
- Các điểm -3 và 3 cách điểm 0 ba đơn vị. Có vô số cặp điểm biểu diễn số nguyên cách đều điểm 0. Chẳng hạn, ba cặp điểm -1 và 1, -2 và 2, -3 và 3

§2. TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Tập hợp gồm các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương là tập hợp các số nguyên.
- Các số nguyên được biểu diễn trên trục số như sau:

- Chú ý:
 - Số 0 không là số nguyên âm cũng không là số nguyên dương.
 - Điểm biểu diễn số nguyên a trên trục số gọi là điểm a.
- Trên trục số hai số đối nhau nằm về hai phía của điểm 0 và cách đều điểm 0.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- Đọc những điểm ghi sau đây và cho biết điều đó có đúng không?
 $-2 \in \mathbb{N}$; $2 \in \mathbb{N}$; $0 \in \mathbb{N}$; $0 \in \mathbb{Z}$; $-5 \in \mathbb{Z}$; $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$
- Tìm số đối của các số nguyên sau: 3; -5; 7; -2. Hãy biểu diễn các số trên và số đối của chúng trên cùng một trục số.

Bài giải

1. $-2 \in \mathbb{N}$ đọc là : -2 là số tự nhiên. Câu này SAI.
2. $2 \in \mathbb{N}$ đọc là : 2 là số tự nhiên. Câu này ĐÚNG
3. $0 \in \mathbb{N}$ đọc là : 0 là số tự nhiên. Câu này ĐÚNG
4. $0 \in \mathbb{Z}$ đọc là : 0 là số nguyên. Câu này ĐÚNG
5. $5 \in \mathbb{Z}$ đọc là : -5 là số nguyên. Câu này ĐÚNG
 $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$ đọc là : $\frac{1}{2}$ là số tự nhiên. Câu này SAI

2. Ta có số đối của 3 là -3 ; của 5 là -5 ; của 7 là -7 và của -2 là 2.

Biểu diễn các cặp số đối trên trục số như sau:



B. Bài tập căn bản

6. Đọc những điều ghi sau đây và cho biết điều đó có đúng không?

$-4 \in \mathbb{N}$, $1 \in \mathbb{N}$, $0 \in \mathbb{Z}$, $5 \in \mathbb{N}$, $-1 \in \mathbb{N}$, $1 \in \mathbb{N}$.

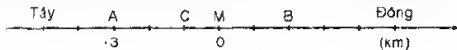
7. Người ta nói độ cao của đỉnh núi Phan-xi-pan là $+3143m$ và độ cao của thềm Cam Ranh là $-30m$ thì dấu "+" và dấu "-" biểu thị điều gì?

8. Điền cho đủ các câu sau:

- a) Nếu $-5^\circ C$ biểu diễn 5 độ dưới $0^\circ C$ thì $+5^\circ C$ biểu diễn...
b) Nếu $-65m$ biểu diễn độ sâu (của thềm lục địa Việt Nam) là 65m dưới mực nước biển thì $+3143m$ biểu diễn độ cao (của đỉnh núi Phan-xi-pan) là
c) Nếu 10000 đồng biểu diễn số tiền nợ 10 000đ, thì 20 000 đồng biểu diễn...

9. Tìm số đối của $+2$, 5, -6 , -1 , -18 .

10. Điểm A cách điểm mốc M về phía Tây 3km được biểu thị là : "điểm A cách điểm M là $-3km$ ". Tìm số biểu thị các điểm B, C trong hình dưới.



Hướng dẫn

6. Đọc $-4 \in \mathbb{N}$: -4 là số tự nhiên. SAI
 $4 \in \mathbb{N}$: 4 là số tự nhiên. ĐÚNG
 $0 \in \mathbb{Z}$: 0 là số nguyên. ĐÚNG
 $5 \in \mathbb{N}$: 5 là số tự nhiên. ĐÚNG
 $-1 \in \mathbb{N}$: -1 là số tự nhiên. SAI
 $1 \in \mathbb{N}$: 1 là số tự nhiên. ĐÚNG

7. - Độ cao đỉnh núi Phan-xi-pan là $+3143$ mét. Dấu "+" biểu thị là đỉnh núi Phan-xi-pan cao hơn so với mặt nước biển 3143 mét.

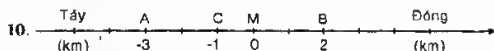
- Độ cao của vịnh Cam Ranh là -30 mét. Dấu " $-$ " biểu thị là đáy của vịnh Cam Ranh thấp hơn mặt nước biển 30 mét.

8. a) ... 5 độ trên 0°C .

b) ... 3143m trên mực nước biển.

c) ... số tiền có là $20\,000$ đồng.

9. Số đối của $+2$ là -2 ; của 5 là -5 ; của -6 là $+6$; của -1 là $+1$, của -18 là 18 .



C. Bài tập nâng cao

50. Tìm số nguyên dương lớn nhất có 3 chữ số và số nguyên âm nhỏ nhất có 4 chữ số.

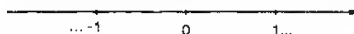
Giải

- Số nguyên dương lớn nhất có 3 chữ số là 999 .

- Số nguyên âm nhỏ nhất có 4 chữ số là -9999 .

51. Trên trục số, tìm số nguyên âm lớn nhất và số nguyên dương nhỏ nhất. Có số nguyên dương lớn nhất và số nguyên âm nhỏ nhất không?

Giải



Số nguyên âm lớn nhất là -1

Số nguyên dương nhỏ nhất là $+1$

Không có số nguyên dương lớn nhất và không có số nguyên âm nhỏ nhất.

§3. THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. So sánh hai số nguyên:

Trên trục số nằm ngang, điểm a nằm bên trái điểm b thì số nguyên a nhỏ hơn số nguyên b ($a < b$) hay cũng nói số nguyên b lớn hơn số nguyên a ($b > a$)

2. Giá trị tuyệt đối của một số nguyên:

Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số (tính theo đơn vị dài để lập trục số) là giá trị tuyệt đối của số nguyên a .

$$\bullet |a| = a \text{ nếu } a \geq 0$$

$$\bullet |a| = -a \text{ nếu } a < 0$$

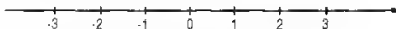
$$\bullet |0| = 0$$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- Số sánh: a) Số nguyên dương và số 0;
b) Số nguyên âm và số 0
c) Số nguyên dương và số nguyên âm.
- Số nào là số nguyên âm lớn nhất? Viết số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số, số nguyên âm nhỏ nhất có 2 chữ số.

Bài giải



- Mọi số nguyên dương đều lớn hơn số 0;
 - Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn số 0,
 - Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn số nguyên dương.
- Nhìn vào trục số ta thấy số nguyên âm lớn nhất là số -1.
 - Số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số là số -10 và số nguyên âm nhỏ nhất có hai chữ số là số -99.

B. Bài tập căn bản

11. $\begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} ?$ $3 \square 5,$ $-3 \square -5,$
 $4 \square -6,$ $10 \square -10.$

12. a) Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự tăng dần:

2, -17, 5, 1, -2, 0.

- b) Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự giảm dần.

-101, 15, 0, 7, -8, 2001.

13. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: a) $-5 < x < 0$; b) $-3 < x < 3$.

14. Tìm giá trị tuyệt đối của các số: 2000, -3011, -10.

15. $\begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} ?$ $|3| \square |5|,$ $|-3| \square |-5|,$
 $|-1| \square |0|,$ $|2| \square |-2|.$

Hướng dẫn

11. $3 \square 5,$ $-3 \square -5$ $4 \square -6,$ $10 \square -10$

12. a) -17, -2, 0, 1, 2, 5; b) 2001; 15, 7, 0, -8, -101

13. a) $-5 < x < 0 \Rightarrow x \in \{-4, -3, -2, -1\}$ b) $-3 < x < 3 \Rightarrow x \in \{-2, -1, 0, 2\}$

14. $|2000| = 2000; |-3011| = 3011; |-10| = 10$

15. $|3| \boxed{<} |5|$, $|-3| \boxed{<} |-5|$,
 $|-1| \boxed{>} |0|$, $|2| \boxed{=} |-2|$

C. Bài tập nâng cao

52. Tìm các số nguyên x sao cho:

- a) $-8 < x < 2$; b) $-3 \leq x \leq 5$; c) $|x - 1| \leq 2$

Giải

- a) $x = -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$
 b) $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$
 c) - Với $|x - 1| = 0$ ta có $x = 1$
 - Với $|x - 1| = 1$ ta có $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$ hoặc $x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$
 - Với $|x - 1| = 2$ ta có $x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$ hoặc $x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1$
 Tóm lại với $|x - 1| \leq 2$ thì $x = -1, 0, 1, 2, 3$.

53. Chứng minh rằng với mọi số nguyên a ta có:

- a) $|a| \geq 0$; b) $|a| + a \geq 0$; c) $|a| - a \geq 0$

Giải

- a) Nếu $a = 0$ thì $|a| = 0$
 Nếu $a \neq 0$ thì $|a|$ là số đo của khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số nên $|a| > 0$. Vậy $|a| \geq 0$
 b) Nếu $a > 0$ thì $|a| + a = a + a > 0$
 Nếu $a = 0$ thì $|a| + a = 0 + 0 = 0$
 Nếu $a < 0$ thì $|a| + a = -a + a = 0$. Vậy $|a| + a \geq 0$
 c) Nếu $a > 0$ thì $|a| - a = a - a = 0$
 Nếu $a = 0$ thì $|a| - a = 0 - 0 = 0$
 Nếu $a < 0$ thì $|a| - a = -a - a = -2a > 0$ vì $a < 0$. Vậy $|a| - a \geq 0$

54. Cho một thí dụ về hai số nguyên âm a và b (chẳng hạn: $a = -3$; $b = -5$)

- a) So sánh a và b ;
 b) So sánh $|a|$ và $|b|$

Từ đó nên kết luận về thứ tự giữa hai số nguyên âm và thứ tự hai giá trị tuyệt đối của chúng.

Giải

- a) Lấy $a = -3$; $b = -5$. Ta có $-3 > -5 \Rightarrow a > b$
 b) Khi đó: $\left. \begin{array}{l} |a| = |-3| = 3 \\ |b| = |-5| = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow |a| < |b|$

Từ đó ta kết luận: Trong hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì nhỏ hơn.

Luyện tập

16. Điền chữ Đ (đúng) hoặc chữ S (sai) vào ô vuông:

$$7 \in \mathbb{N} \quad \square; \quad 7 \in \mathbb{Z} \quad \square; \quad 0 \in \mathbb{N} \quad \square; \quad 0 \in \mathbb{Z} \quad \square$$

$$-9 \in \mathbb{Z} \quad \square; \quad -9 \in \mathbb{N} \quad \square; \quad 11,2 \in \mathbb{Z} \quad \square$$

17. Có thể khẳng định tập hợp $\mathbb{Z}$ bao gồm hai bộ phận là các số nguyên dương và các số nguyên âm có đúng không? Tại sao?
18. a) Số nguyên a lớn hơn 2. Số a có chắc chắn là số nguyên dương không?
 b) Số nguyên b nhỏ hơn 3. Số b có chắc chắn là số nguyên âm không?
 c) Số nguyên c lớn hơn -1 . Số c có chắc chắn là số nguyên dương không?
 d) Số nguyên d nhỏ hơn -5 . Số d có chắc chắn là số nguyên âm không?
19. Điền dấu "+" hoặc "-" vào chỗ trống để được kết quả đúng.
 a) $0 < \dots 2$; b) $\dots 15 < 0$; c) $\dots 10 < \dots 6$; d) $\dots 3 < \dots 9$
 (Chú ý: có thể có nhiều đáp số)

20. Tính giá trị các biểu thức:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |-8| - |-4|; & \text{b) } |-7| \cdot |-3|; \\ \text{c) } |18| : |6|; & \text{d) } |153| + |-53| \end{array}$$

21. Tìm số đối của các số: -4 ; 6 ; $|-5|$; $|3|$; 4

22. a) Tìm số liền sau của các số nguyên: 2 ; -8 ; 0 ; -1
 b) Tìm số liền trước của các số nguyên: -4 ; 0 ; 1 ; -25
 c) Tìm số nguyên a biết số liền sau a là một số nguyên dương và số liền trước a là một số nguyên âm.

Hướng dẫn

$$16. \quad 7 \in \mathbb{N} \quad \boxed{\text{Đ}}; \quad 7 \in \mathbb{Z} \quad \boxed{\text{Đ}}; \quad 0 \in \mathbb{N} \quad \boxed{\text{Đ}}; \quad 0 \in \mathbb{Z} \quad \boxed{\text{Đ}}$$

$$-9 \in \mathbb{Z} \quad \boxed{\text{Đ}}; \quad -9 \in \mathbb{N} \quad \boxed{\text{S}}; \quad 11,2 \in \mathbb{Z} \quad \boxed{\text{S}}$$

17. Không đúng, vì còn thiếu số 0.

18. a) Số a chắc chắn là số nguyên dương vì nó nằm bên phải điểm 2 nên nó cũng nằm bên phải điểm 0 (Ta viết: $a > 2 > 0$).
 b) Số b không chắc chắn là số nguyên âm vì b còn có thể là: 0, 1, 2.
 c) Số c không chắc chắn là số nguyên dương, vì có thể bằng 0.
 d) Số d chắc chắn là số nguyên âm vì nó nằm bên trái điểm -5 nên nó cũng nằm bên trái điểm 0 (Ta viết: $d < -5 < 0$).
19. a) $0 < +2$; b) $-15 < 0$;
 c) $-10 < -6$; $-10 < +6$; d) $+3 < +9$; $-3 < +9$
20. a) $|-8| - |-4| = 8 - 4 = 4$; b) $|-7| \cdot |-3| = 7 \cdot 3 = 21$
 c) $|18| : |6| = 18 : 6 = 3$; d) $|153| + |-53| = 153 + 53 = 206$

21. Số đối của số -4 là $+4$. Số đối của số 6 là -6
 Số đối của số $|-5| = 5$ là -5 ; Số đối của số $|3| = 3$ là -3
 Số đối của số 4 là -4
22. a) Các số liền sau của các số nguyên $2; -8; 0; -1$ lần lượt là $3; -7; 1; 0$
 b) Các số liền trước của các số nguyên $-4; 0; 1; -25$ lần lượt là $-5; -1; 0; -26$
 c) $a = 0$.

§4. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Để cộng hai số nguyên cùng dấu ta cộng hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt trước kết quả dấu chung của chúng.

Ví dụ: a) $(+7) + (+8) = +(|+7| + |8|) = (7 + 8) = +118 = 118$
 b) $(-23) + (-17) = -(|-23| + |-17|) = -(23 + 17) = -40$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tính: a) $9 + 4$; $-9 + (-4)$; $16 + 12$; $-13 + (-18)$
 b) $-5 + (-125)$; $12 + |-18|$; $|-13| + |-22|$
2. Điền dấu $>$; $<$ thích hợp vào ô vuông:
 a) $-7 + (-10)$ -15 ; b) -12 $-5 + (-8)$

Bài giải

1. a) $9 + 4 = 13$; $-9 + (-4) = -(|-9| + |-4|) = -(9 + 4) = -13$;
 $16 + 12 = 28$; $-13 + (-18) = -(|13| + |-18|) = -(13 + 18) = -31$
 b) $-5 + (-125) = -(|-5| + |-125|) = -(5 + 125) = -130$;
 $12 + |-18| = 12 + 18 = 30$; $|-13| + |-22| = 13 + 22 = 35$
2. a) $-7 + (-10)$ -15 ; -17 -15
 b) -12 $-5 + (-8)$; -12 -13

B. Bài tập căn bản

23. Tính: a) $2763 + 152$; b) $(-7) + (-14)$; c) $(-35) + (-9)$;
 24. Tính: a) $(-5) + (-248)$; b) $17 + |-33|$; c) $|-37| + |15|$
 25. Điền dấu $>$, $<$ thích hợp vào ô vuông:
 a) $(-2) + (-5)$ (-5) ; b) (-10) $(-3) + (-8)$

26. Nhiệt độ hiện tại của phòng ướp lạnh là -5°C . Nhiệt độ sắp tới tại đó là bao nhiêu, biết nhiệt độ giảm 7°C ?

Hướng dẫn

23. a) $2763 + 152 = 2915$
 b) $(-7) + (-14) = -(|-7| + |-14|) = -(7 + 14) = -21$
 c) $(-35) + (-9) = -(|-35| + |-9|) = -(35 + 9) = -44$
24. a) $(-5) + (-248) = -(|-5| + |-248|) = -(5 + 248) = -253$
 b) $17 + |-33| = 17 + 33 = 50$
 c) $|-37| + |15| = 37 + 15 = 52$
25. a) Ta có $(-2) + (-5) = -(|-2| + |-5|) = -7$
 Vậy $-7 < -5$ hay $(-2) + (-5) < -5$
 b) Ta có $(-3) + (-8) = -(|-3| + |-8|) = -11$
 Vậy $-10 > -11$ hay $-10 > (-3) + (-8)$
26. Nhiệt độ sắp tới tại phòng ướp lạnh đó là:
 $(-5) + (-7) = -(|-5| + |-7|) = -12^{\circ}\text{C}$

C. Bài tập nâng cao

1. Điền các số thích hợp vào bảng sau:

a	-15	-15				15
b	-7		7	-10	-7	
a + b		-25	25	-16	-7	15

2. a) Tìm x thỏa mãn: $-4 < x < 0$; $7 < x \leq 10$
 b) Tìm các số nguyên a biết: $|a| = 9$; $|a| = 7$ và $a > 0$; $|a| = 3$ và $a < 0$.

§5. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Hai số nguyên đối nhau có tổng bằng 0: $a + (-a) = 0$
- Muốn cộng hai số nguyên khác dấu không đối nhau, ta tìm hiệu hai giá trị tuyệt đối của chúng (số lớn trừ số nhỏ) và đặt trước kết quả tìm được dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Với mọi số nguyên a ta có $a + 0 = 0 + a = a$.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tính: $9 + (-4)$; $-9 + 4$; $16 + (-16)$; $-38 + 27$; $273 + (-123)$
 2. Điền số nguyên thích hợp vào ô trống:

a	-10	-12	21		-27		19
b	8	-6		-16		11	
a + b			-3	2	-5	-6	4

Bài giải

1. $9 + (-4) = +(|9| - |-4|) = +(9 - 4) = 5$;
 $-9 + 4 = -(|-9| - |4|) = -(9 - 4) = -5$
 $16 + (-16) = 0$;
 $-38 + 27 = -(|-38| - |27|) = -(38 - 27) = -11$;
 $273 + (-123) = +(|273| - |-123|) = 273 - 123 = 150$
 2.

a	-10	-12	21	18	-27	-17	19
b	8	-6	-24	-16	22	11	-15
a + b	-2	-18	-3	2	-5	-6	4

B. Bài tập căn bản

27. Tính: a) $26 + (-6)$; b) $(-75) + 50$; c) $80 + (-220)$
 28. Tính: a) $(-73) + 0$; b) $|-18| + (-12)$; c) $102 + (-120)$
 29. Tính và nhận xét kết quả của:
 a) $23 + (-13)$ và $(-23) + 13$; b) $(-15) + (+15)$ và $27 + (-27)$
 30. So sánh:
 a) $1763 + (-2)$ và 1763 b) $(-105) + 5$ và -105 ;
 c) $(-29) + (-11)$ và -29

Hướng dẫn

27. a) $26 + (-6) = +(|26| - |-6|) = +(26 - 6) = +20$
 b) $(-75) + 50 = -(|-75| - |50|) = -(75 - 50) = -25$
 c) $80 + (-220) = -(|220| - |80|) = -(220 - 80) = -140$
 28. a) $(-73) + 0 = -73$
 b) $|-18| + (-12) = 18 + (-12) = +(|18| - |-12|) = +(18 - 12) = +6 = 6$
 c) $102 + (-120) = -(|120| - |102|) = -(120 - 102) = -18$
 29. a) $23 + (-13) = (|23| - |-13|) = (23 - 13) = 10$
 Và $(-23) + 13 = -(|-23| - |13|) = -(23 - 13) = -10$
 Vì $-10 < 10$ nên $(-23) + 13 < 23 + (-13)$

$$b) \left\{ \begin{array}{l} (-15) + (+15) = 0 \\ \text{và } 27 + (-27) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Vậy } (-15) + (+15) = 27 + (-27)$$

$$30. a) 1763 + (-2) = +(|1763| - |-2|) = +1763 - 2 = 1761$$

$$\text{Vậy } 1763 + (-2) < 1763$$

$$b) (-105) + 5 = -(|-105| - |5|) = -(105 - 5) = -100. \text{ Vậy } (-105) + 5 > -105$$

$$c) (-29) + (-11) = -(|-29| + |-11|) = -(29 + 11) = -40$$

$$\text{Mà } -40 < -29. \text{ Vậy } (-29) + (-11) < -29.$$

C. Bài tập nâng cao

1. Thực hiện các phép tính công sau:

$$a) (-327) + 1000; \quad b) 5679 + (-5679); \quad c) 23684 + (-128951)$$

2. So sánh các kết quả:

$$a) 5 + (-9) \text{ và } (-9) + 5; \quad b) 12 + (-12) \text{ và } (-17) + 15.$$

Luyện tập

$$31. \text{ Tính: } a) (-30) + (-5); \quad b) (-7) + (-13); \quad c) (-15) + (-235).$$

$$32. \text{ Tính: } a) 16 + (-6); \quad b) 14 + (-6); \quad c) (-8) + 12.$$

33. Điền số thích hợp vào ô trống:

a	-2	18	12		-5
b	3	-18		6	
a + b			0	4	-10

34. Tính giá trị của biểu thức:

$$a) x + (-16), \text{ biết } x = -4; \quad b) (-102) + y, \text{ biết } y = 2.$$

35. Số tiền của ông Nam năm nay so với năm ngoái tăng x triệu đồng. Hỏi x bằng bao nhiêu, biết rằng số tiền của ông Nam năm nay so với năm ngoái:

a) Tăng 5 triệu đồng?

b) Giảm 2 triệu đồng?

Hướng dẫn

$$31. a) (-30) + (-5) = -35$$

$$b) (-7) + (-13) = -20$$

$$c) (-15) + (-235) = -250$$

$$32. a) 16 + (-6) = 10$$

$$b) 14 + (-6) = 8$$

$$c) (-8) + 12 = 4$$

33.

a	-2	18	12	-2	-5
b	3	-18	-12	6	-5
a + b	1	0	0	4	-10

34. a) $x + (-16) = (-4) + (-16) = -20$
 b) $(-102) + y = (-102) + 2 = -100$
35. a) $x = 5$; b) $x = -2$.

§6. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG CÁC SỐ NGUYÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất giao hoán: Với mọi $a, b \in \mathbb{Z}$: $a + b = b + a$
2. Tính chất kết hợp: Với mọi $a, b, c \in \mathbb{Z}$: $a + (b + c) = (a + b) + c$
3. Cộng với 0: Với mọi $a \in \mathbb{Z}$: $a + 0 = 0 + a = a$
4. Cộng với số đối: - Số đối của a là $-a$. Số đối của $-a$ là $-(-a) = a$
 - Tổng của hai số đối luôn bằng 0: $a + (-a) = 0$
 Ngược lại $a + b = 0$ thì $a = -b$ hay $b = -a$.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tính: a) $1 + (-3) + 5 + (-7) + 9 + (-11)$;
 b) $-2 + 4 + (-6) + 8 + (-10) + 12$
2. Tính nhanh: a) $100 + 520 + 1993 + (-620)$;
 b) $143 + 385 + (-43) + (-100)$

Bài giải

1. a) $1 + (-3) + 5 + (-7) + 9 + (-11) = [1 + (-3)] + [5 + (-7)] + [9 + (-11)]$
 $= -2 + (-2) + (-2) = -6$
 b) $-2 + 4 + (-6) + 8 + (-10) + 12 = (-2 + 4) + [(-6) + 8] + [(-10) + 12]$
 $= 2 + 2 + 2 = 6$
2. Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp, ta có:
 a) $100 + 520 + 1993 + (-620) = [100 + 520 + (-620)] + 1993$
 $= 0 + 1993 = 1993$
 b) $143 + 385 + (-43) + (-100) = 385 + [143 + (-43) + (-100)]$
 $= 385 + 0 = 385$

B. Bài tập căn bản

36. Tính: a) $126 + (-20) + 2004 + (-106)$; b) $(-199) + (-200) + (-201)$
37. Tìm tổng tất cả các số nguyên x biết:
 a) $-4 < x < 3$; b) $-5 < x < 5$

38. Chiếc điều của bạn Minh bay cao 15m (so với mặt đất). Sau đó một lúc, độ cao của chiếc điều tăng 2m, sau đó lại giảm 3m. Hỏi chiếc điều ở độ cao bao nhiêu (so với mặt đất) sau hai lần thay đổi (hình bên)?



39. Tính: a) $1 + (-3) + 5 + (-7) + 9 + (-11)$;
b) $(-2) + 4 + (-6) + 8 + (-10) + 12$.

40. Điền số thích hợp vào ô trống:

a	3		-2	
-a		15		0
a				

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} 36. \text{ a) } 126 + (-20) + 2004 + (-106) &= 126 + 2004 + [(-20) + (-106)] \\ &= 126 + 2004 + (-126) = \underbrace{[126 + (-126)]}_{0} + 2004 = 2004 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-199) + (-200) + (-201) &= [(199) + (-201)] + (-200) \\ &= (-400) + (-200) = -600 \end{aligned}$$

37. a) $-4 < x < 3 \Rightarrow x = -3, -2, -1, 0, 1, 2$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 &= (-3) + [(-2) + 2] + [(-1) + 1] \\ &= -3 + 0 + 0 = -3 \end{aligned}$$

- b) $-5 < x < 5 \Rightarrow x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 &= [(-4) + 4] + [(-3) + 3] + [(-2) + 2] + [(-1) + 1] + 0 = 0 \end{aligned}$$

38. Sau hai lần thay đổi chiếc điều của bạn Minh còn ở độ cao (so với mặt đất) là: $(+15) + (+2) + (-3) = 17 + (-3) = 14 \text{ (m)}$

39. a) $1 + (-3) + 5 + (-7) + 9 + (-11) = (1 + 5 + 9) + [(-3) + (-7) + (-11)]$
 $= 15 + (-21) = -6$.

$$\begin{aligned} \text{b) } (-2) + 4 + (-6) + 8 + (-10) + 12 &= [(-2) + 4] + [(-6) + 8] + [(-10) + 12] \\ &= 2 + 2 + 2 = 6. \end{aligned}$$

- 40.

a	3	-15	-2	0
-a	-3	15	2	0
a	3	15	2	0

C. Bài tập nâng cao

55. Tính tổng các số nguyên thỏa điều kiện:

a) $-6 < x < 6$;

b) $-1997 < x < 1998$;

c) $-1997 \leq x < 1997$

Giải

a) $-6 < x < 6 \Rightarrow x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.$

Ta có: $(-5) + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5.$

$$= [(-5) + 5] + [(-4) + 4] + [(-3) + 3] + [(-2) + 2] + [(-1) + 1] + 0 = 0$$

b) $-1997 < x < 1998 \Rightarrow x = -1996, -1995, \dots, 1997$

Ta có: $(-1996) + (-1995) + \dots + 1995 + 1996 + 1997 = 1997$

c) $-1997 \leq x < 1997 \Rightarrow x = -1997, -1996, \dots, 1996$

Ta có: $(-1997) + (-1996) + \dots + 1996 = -1997$

56. Cho các số nguyên a, b, c, d. Chứng minh rằng:

a) Đẳng thức $a = b + c$ kéo theo $a - c = b$

b) Đẳng thức $a + d = b + c$ kéo theo $a - c = b - d$

Áp dụng: Tìm số nguyên x biết:

$$* 12 + x = -2; \quad * 5 + (-x) = -3$$

$$* x + 1997 \text{ là số nguyên âm lớn nhất.}$$

Giải

a) Cộng hai vế của đẳng thức $a = b + c$ với số đối của c là $(-c)$, ta được:

$$a + (-c) = b + c + (-c) \Rightarrow a - c = b + [c + (-c)] = b$$

$$\text{Vậy } a = b + c \Rightarrow a - c = b$$

b) Cộng hai vế của đẳng thức: $a + d = b + c$ với tổng $(-d) + (-c)$, ta được:

$$a + d + (-d) + (-c) = b + c + (-d) + (-c)$$

$$\Rightarrow a - c + \underbrace{[d + (-d)]}_0 = b - d + \underbrace{[c + (-c)]}_0$$

$$\Rightarrow a - c = b - d$$

Áp dụng:

$$* 12 + x = -2 \Rightarrow x = -2 - 12 = -2 + (-12) = -14. \text{ Vậy } x = -14$$

$$* 5 + (-x) = -3 \Rightarrow x = 5 + 3 = 8. \text{ Vậy } x = 8$$

$$* x + 1997 = -1 \Rightarrow x = -1 + (-1997) = -1998. \text{ Vậy } x = -1998$$

57. Cho tổng $1 + 2 + 3 + \dots + 1997$. Nếu thay tổng của 2 số bất kì trong tổng trên bằng hiệu của chúng thì tổng mới là một số chẵn hay lẻ? Tại sao?

Giải

Gọi $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1997$

$$S = 1997 + 1996 + 1995 + \dots + 1$$

$$\Rightarrow 2S = \underbrace{(1 + 1997) + (2 + 1996) + \dots + (1997 + 1)}_{1997 \text{ tổng } (1 + 1997)}$$

$$2S = 1998.1997 \Rightarrow S = 1997.999 \text{ là một số lẻ (1)}$$

Khi thay tổng hai số bất kì của tổng trên bằng hiệu của chúng thì tổng trên giảm đi $(a + b) - (a - b) = a + b - a + b = 2b$ là số chẵn (2).
 Từ (1) và (2) ta thấy: Tổng ban đầu là một số lẻ trừ đi một số chẵn thì tổng mới là một số lẻ.

58. Hãy tìm tất cả các cặp số tự nhiên x, y sao cho : $x + y = 6$.

Giải

$$\begin{aligned} (x = 0; y = 6); \quad (x = 1; y = 5); \quad (x = 2; y = 4) \\ (x = 3; y = 3); \quad (x = 4; y = 2); \quad (x = 5; y = 1); \quad (x = 6; y = 0) \end{aligned}$$

59. Tính tổng:

$$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 993 + 994 - 995 - 996 + 997 + 998$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + \\ &\quad (994 - 995 - 996 + 997) + 998 = 1 + 998 = 999 \end{aligned}$$

Luyện tập

41. Tính: a) $(-38) + 28$; b) $273 + (-123)$; c) $99 + (-100) + 101$.

42. Tính nhanh:

a) $217 + [43 + (-217) + (-23)]$;

b) Tổng của tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 10.

43. Hai ca nô cùng xuất phát từ C đi về phía

A hoặc B (hình bên). Ta quy ước chiều



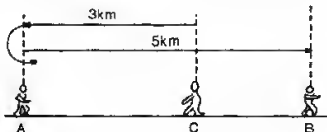
từ C đến B là chiều dương (nghĩa là vận tốc và quãng đường đi từ C về phía B được biểu thị bằng số dương và theo chiều ngược lại là số âm).

Hỏi sau một giờ hai ca nô cách nhau bao nhiêu kilômét nếu vận tốc của chúng lần lượt là:

a) 10km/h và 7km/h ?

b) 10km/h và -7km/h ?

44. Đặt một bài toán phù hợp với hình bên.



45. **Đố:** Hai bạn Hùng và Vân tranh luận với nhau: Hùng bảo rằng có hai số nguyên mà tổng của chúng nhỏ hơn mỗi số hạng. Vân bảo rằng không thể có được. Theo bạn : Ai đúng? Nêu một ví dụ.

46. Sử dụng máy tính bỏ túi: nút $\boxed{+/-}$ dùng để đổi dấu "+" thành "-" và ngược lại.

Phép tính	Nút ấn	Kết quả
$25 + (-13)$	$\boxed{2} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{+/-} \boxed{=}$	12
$(-76) + 20$	$\boxed{-} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{=}$ hoặc $\boxed{7} \boxed{6} \boxed{+/-} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{=}$	-56 -56
$(-135) + (-65)$	$\boxed{-} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{=}$ hoặc $\boxed{1} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{+} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{=}$	-200 -200

Dùng máy tính bỏ túi để tính:

a) $187 + (-54)$;

b) $(-203) + 349$;

c) $(-175) + (-213)$

Hướng dẫn

41. a) $(-38) + 28 = -(|-38| - |28|) = -(38 - 28) = -10$

b) $273 + (-123) = +(273 - |123|) = (273 - 123) = 150$

c) $99 + (-100) + 101 = (99 + 101) + (-100) = 200 + (-100) = 100$

42. a) $217 + [43 + (-217) + (-23)] = [217 + (-217)] + [43 + (-23)]$
 $= 0 + 20 = 20$

b) Tổng của tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 10 là:

$(-9) + (-8) + (-7) + (-5) + (-4) + (-3) + (-2)$

$+ (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$

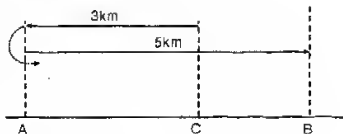
$= \underbrace{[(-9) + 9]}_0 + \underbrace{[(-8) + 8]}_0 + \dots + \underbrace{[(-1) + 1]}_0 + 0 = 0$

43. Sau 1 giờ hai ca nô cách nhau:

a) $10 - 7 = 3\text{km}$

b) $10 + |-7| = 10 + 7 = 17\text{km}$

44. Một người đi từ điểm C về hướng Tây 3km rồi quay trở lại đi về hướng Đông 5km. Hỏi người đó cách điểm xuất phát C bao nhiêu km?



45. Bạn Hùng nói đúng.

Chẳng hạn tổng của hai số nguyên âm: $(-3) + (-5) = -8$

46. a) 133 ;

b) 146 ;

c) -388.

§7. PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Hiệu của hai số nguyên a và b là tổng của a và số đối của b.

$$a - b = a + (-b)$$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tính: a) $5 \cdot 7$; $6 - (-6)$; $(-12) - 4$; $(-25) - (-10)$

b) $-3672 - (-1899)$; $12364 - (-897)$

c) $|2| - |-7|$

2. Tìm x, biết: a) $x + 3 = -2$;

b) $-15 + x = 0$;

c) $x + 4 = 1$

Bài giải

1. a) $5 \cdot 7 = 5 + (-7) = -(|-7| - |5|) = -(7 - 5) = -2$

$$6 - (-6) = 6 + 6 = 12$$

$$(-12) - 4 = (-12) + (-4) = -16;$$

$$-25 - (-10) = -25 + 10 = -15$$

$$b) -3627 - (-1899) = -3627 + 1899 = -1728$$

$$12364 - (-897) = 12364 + 897 = 13261$$

$$c) |-2| - |-7| = 2 - 7 = -5$$

2. a) $x + 3 = -2 \Rightarrow x = -2 - 3 = -5$

$$b) -15 + x = 0 \Rightarrow x = 0 - (-15) = 0 + 15 = 15$$

$$c) x + 4 = 1 \Rightarrow x = 1 - (+4) = 1 + (-4) = -3$$

B. Bài tập căn bản

47. Tính: $2 - 7$; $1 - (-2)$; $(-3) - 4$; $(-3) - (-4)$

48. $0 - 7 = ?$; $7 - 0 = ?$; $a - 0 = ?$; $0 - a = ?$

49. Điền số thích hợp vào ô trống:

a	-15		0	
-a		-2		$-(-3)$

50. **Đố:** Dùng các số 2, 9 và các phép toán "+", "-" điền vào các ô trống trong bảng sau đây để được bảng tính đúng. Ở mỗi dòng hoặc mỗi cột, mỗi số hoặc phép tính chỉ được dùng một lần.

61. Có thể kết luận gì về số nguyên tố a nếu biết:

a) $a + |a| = 2a$ (biết $2a = a + a$);

b) $a + |a| = 0$

Giải

a) $a + |a| = 2a$ khi a là số nguyên dương hoặc bằng 0

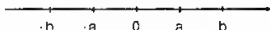
b) $a + |a| = 0$ khi a là số nguyên âm.

62. Cho biết b là số liền sau của số nguyên a ($a \geq 0$).

Hãy xét mối quan hệ giữa $-a$ và $-b$.

Giải

Trên trục số ta thấy rõ: b là số liền sau của số nguyên a thì $-a$ là số liền sau của $-b$.



Luyện tập

51. Tính: a) $5 - (7 - 9)$;

b) $(-3) - (4 - 6)$

52. Tính tuổi thọ của nhà bác học Ác-si-mét, biết rằng ông sinh năm -287 và mất năm -212 .

53. Điền số thích hợp vào ô trống:

x	-2	-9	3	0
y	7	-1	8	15
$x - y$				

54. Tìm số nguyên x , biết:

a) $2 + x = 3$;

b) $x + 6 = 0$;

c) $x + 7 = 1$

Hướng dẫn

51. a) $5 - (7 - 9) = 5 - (-2) = 5 + 2 = 7$

b) $(-3) - (4 - 6) = (-3) - (-2) = -3 + 2 = -1$

52. a) $(-212) - (-287) = -212 + 287 = 287 - 212 = 75$.

b) $(-4) + 5 - 7 = [(-4) + 5] + (-7) = 1 + (-7) = -6$.

53.

x	-2	-9	3	0
y	7	-1	8	15
$x - y$	-9	-8	-5	-15

54 a) $2 + x = 3 \Rightarrow x = 3 - 2 \Rightarrow x = 1$

b) $x + 6 = 0 \Rightarrow x = 0 - 6 \Rightarrow x = 0 + (-6) = -6$

c) $x + 7 = 1 \Rightarrow x = 1 - 7 \Rightarrow x = 1 + (-7) = -6$.

§8. QUY TẮC DẤU NGOẶC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Quy tắc "dấu ngoặc".
 $a + (b + c - d) = a + b + c - d$
 $a - (b + c - d) = a - b - c + d$
- Tổng đại số:
 - Một dãy các phép tính cộng, trừ các số nguyên được gọi là một tổng đại số.
 - Trong một tổng đại số ta có thể:
Thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng.
Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý với chú ý rằng nếu trước dấu () là dấu trừ "-" thì phải đổi dấu các số hạng trong ().
Ví dụ: $a - b + c = + (a - b + c)$
 $a - b + c = - (-a + b - c)$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

- Tính (sau khi bỏ dấu ngoặc):
 - $-1537 + (1537 - 25)$;
 - $3751 - (125 + 3571)$;
 - $-1935 - (32 - 1935)$
- Tìm x, biết:
 - $4 - (15 - x) = 17$;
 - $-32 - (x - 14) = 0$
 - $-12 + (-9 + x) = 0$;
 - $21 + (25 - x) = 2$

Bài giải

- $a) -1537 + (1537 - 25) = (-1537 + 1537) - 25 = -25$
 - $b) 3751 - (125 + 3751) = 3751 - (3751 + 125) = (3751 - 3751) - 125 = -125$
 - $c) -1935 - (32 - 1935) = -1935 + 1935 - 32 = -32$
- $a) 4 - (15 - x) = 17$
 $4 - 15 + x = 17$
 $-11 + x = 17$
 $x = 17 + 11 = 28$
 - $b) -32 - (x - 14) = 0$
 $-32 - x + 14 = 0$
 $x = -32 + 14$
 $x = -18$
 - $c) -12 + (-9 + x) = 0$
 $-12 - 9 + x = 0$
 $x = 12 + 9 = 21$
 - $d) 21 + (25 - x) = 2$
 $21 + 25 - x = 2$
 $x = 21 + 25 - 2 = 44$

B. Bài tập căn bản

57. Tính tổng:

a) $(-17) + 5 + 8 + 17$;

b) $30 + 12 + (-20) + (-12)$;

c) $(-4) + (-440) + (-6) + 440$;

d) $(-5) + (-10) + 16 + (-1)$.

58. Đơn giản biểu thức:

a) $x + 22 + (-14) + 52$;

b) $(-90) - (p + 10) + 100$

59. Tính nhanh các tổng sau:

a) $(2736 - 75) - 2736$;

b) $(-2002) - (57 - 2002)$

60. Bỏ dấu ngoặc rồi tính:

a) $(27 + 65) + (346 - 27 - 65)$;

b) $(42 - 69 + 17) - (42 + 17)$

Hướng dẫn

57. a) $(-17) + 5 + 8 + 17 = [(-17) + 17] + 5 + 8 = 0 + 13 = 13$

b) $30 + 12 + (-20) + (-12) = [30 + (-20)] + [12 + (-12)] = 10 + 0 = 10$

c) $(-4) + (-440) + (-6) + 440 = [(-4) + (-6)] + [(-440) + 440]$
 $= -10 + 0 = -10$

d) $(-5) + (-10) + 16 + (-1) = +16 + \{(-10) + (-5) + (-1)\} = 16 + (-16) = 0$

58. a) $x + 22 + (-14) + 52 = x + [22 + (-14)] + 52$

$$x + 8 + 52 = x + 60$$

b) $(-90) - (p + 10) + 100 = (-90) - p - 10 + 100$

$$= \underbrace{[(-90) + (-10) + 100]}_0 + (-p) = -p$$

59. a) $(2736 - 75) - 2736 = 2736 - 75 - 2736 = (2736 - 2736) - 75 = -75$

b) $(-2002) - (57 - 2002) = -2002 - 57 + 2002 = (-2002 + 2002) - 57 = -57$

60. a) $(27 + 65) + (346 - 27 - 65) = 27 + 65 + 346 - 27 - 65$

$$= (27 - 27) + (65 - 65) + 346 = 346$$

b) $(42 - 69 + 17) - (42 + 17) = 42 - 69 + 17 - 42 - 17$

$$= (42 - 42) + (17 - 17) - 69 = -69.$$

C. Bài tập nâng cao

63. Tính tổng đại số sau:

$$S = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \dots - 299 - 300 + 301 + 302$$

Giải

Ta có: $S = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + (10 - 11 - 12 + 13)$

$$+ \dots + (289 - 299 - 300 + 301) + 302 = 1 + 302 = 303$$

Cách khác: $S = 1 + (2 - 3) + (-4 + 5) + (6 - 7) + (-8 + 9)$

$$+ \dots + (288 - 289) + (-300 + 301) + 302$$

$$= 1 + \underbrace{(-1) + 1}_0 + \underbrace{(-1) + 1}_0 + \dots + \underbrace{(-1) + 1}_0 + 302$$

$$= 1 + 302 = 303$$

64. Tính tổng đại số sau:

a) $S = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \dots + 1989 - 1990 - 1991 + 1992 + 1993$

b) $P = 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + 97 - 99 + 101.$

Giải

a) $S = (1 - 2 - 3 + 4) + (5 - 6 - 7 + 8) + \dots +$
 $+ (1989 - 1990 - 1991 + 1992) + 1993 = 1993$

b) $P = 1 + (-3 + 5) + (-7 + 9) + \dots + (-99 + 101)$
 $= 1 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{25 \text{ số}} = 1 + 50 = 51$

65. Tìm các số nguyên x thỏa mãn:

a) $|x + 2| = x + 2;$

b) $|x - 3| = 3 - x$

c) $|x - 5| + x - 8 = 6$

Giải

a) Ta có: $|x + 2| \geq 0$ nên $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

b) Vì $|x - 3| \geq 0$ nên $3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$

c) Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $|x - 5|$ và $x - 8$ là hai số nguyên khác tính chẵn lẻ mà tổng của hai số này là số chẵn ($= 6$). Điều này vô lí.

Vậy không tồn tại $x \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn đề bài.

66. Cho a là số nguyên. Tìm số nguyên x , biết:

a) $|x| = a;$

b) $|x + a| = a$

Giải

a) Vì $|x| \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{Z}$, vì thế:

- Nếu $a < 0$: không tồn tại số x thỏa mãn đề bài

- Nếu $a = 0$ thì $x = 0$

- Nếu $a > 0$ thì $x = a$ hoặc $x = -a$

b) Tương tự câu a)

- Nếu $a < 0$: không tồn tại x thỏa mãn đề bài.

- Nếu $a = 0$, thì $x = 0$

- Nếu $a > 0$, khi đó $|x + a| = a \Rightarrow \begin{cases} x + a = a \\ x = a - a = 0 \\ \text{hoặc } x + a = -a \\ x = -a - a = -2a \end{cases}$

Do đó $x = 0$ hoặc $x = -2a$

§9. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất của đẳng thức: Nếu $a = b$ thì $a + c = b + c$
Nếu $a + c = b + c$ thì $a = b$

2. Quy tắc chuyển vế: Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức ta phải đổi dấu số hạng đó: dấu "+" đổi thành dấu "-" và dấu "-" đổi thành dấu "+".

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tìm số nguyên x biết:

a) $x + 7 = -12$,

b) $x - 15 = -21$;

c) $13 - x = 20$

d) $6 - x = 7 - (-6)$;

e) $x - 7 = (-3) - 8$.

2. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$. Tìm y biết:

a) $a + y = b$;

b) $a - y = b$.

Bài giải

1. a) $x + 7 = -12$

$$x = -12 - 7$$

$$x = -19$$

$$\text{Vậy } x = -19$$

d) $6 - x = 7 - (-6)$

$$6 - x = 7 + 6$$

$$6 - x = 13$$

$$x = 6 - 13$$

$$x = -7$$

$$\text{Vậy } x = -7$$

b) $x - 15 = -21$

$$x = -21 + 15$$

$$x = -6$$

$$\text{Vậy } x = -6$$

e) $x - 7 = (-3) - 8$

$$x - 7 = -11$$

$$x = -11 + 7$$

$$x = -4$$

$$\text{Vậy } x = -4$$

c) $13 - x = 20$

$$x = 13 - 20$$

$$x = -7$$

$$\text{Vậy } x = -7$$

2. a) $a + y = b$

$$y = b - a$$

$$\text{Vậy } y = b - a$$

b) $a - y = b$

$$y = a - b$$

$$\text{Vậy } y = a - b$$

B. Bài tập căn bản

61. Tìm số nguyên x biết:

a) $7 - x = 8 - (-7)$

b) $x - 8 = (-3) - 8$

62. Tìm các số nguyên a biết: a) $|a| = 2$

b) $|a + 2| = 0$

63. Tìm x biết rằng tổng của 3 số: 3, (-2) , x bằng 5.

64. Cho $a \in \mathbb{Z}$. Tìm số nguyên x biết: a) $a + x = 5$;

b) $a - x = 2$

65. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$. Tìm x biết: a) $a + x = b$;

b) $a - x = b$

Hướng dẫn

61. a) $7 - x = 8 - (-7) \Rightarrow 7 - x = 15 \Rightarrow x = 7 - 15 \Rightarrow x = -8$
 b) $x - 8 = (-3) - 8 \Rightarrow x - 8 = -11 \Rightarrow x = -11 + 8 \Rightarrow x = -3$
62. a) $|a| = 2$ nên $a = 2$ hoặc $a = -2$.
 b) $|a + 2| = 0$ nên $a + 2 = 0$ hay $a = -2$.
63. Theo đề bài ta có: $3 + (-2) + x = 5 \Rightarrow 1 + x = 5 \Rightarrow x = 5 - 1 = 4$. Vậy $x = 4$
64. a) $a + x = 5 \Rightarrow x = 5 - a$; b) $a - x = 2 \Rightarrow x = a - 2$
65. a) $a + x = b \Rightarrow x = b - a$; b) $a - x = b \Rightarrow x = a - b$

C. Bài tập nâng cao

1. Tìm số nguyên x , biết: a) $x + 5 = 7$; b) $12 - x = -20$
c) $7 - x = 3 - (-5)$; d) $x + 5 = (-3) - 7$
2. Cho $a \in \mathbb{Z}$, tìm x biết: a) $a + x = 5$; b) $a - x = -2$
c) $|x + 1| = 2$; d) $|x - 2| = 0$

Luyện tập

66. Tìm số nguyên x , biết: $4 - (27 - 3) = x - (13 - 4)$.
67. Tính: a) $(-37) + (-112)$; b) $-42 + 52$; c) $13 - 31$
d) $14 - 24 - 12$; e) $(-25) + 30 - 15$
68. Một đội bóng đá năm ngoái ghi được 27 bàn và để thủng lưới 48 bàn. Năm nay đội ghi được 39 bàn và để thủng lưới 24 bàn. Tính hiệu số bàn thắng - thua của đội đó trong mùa giải:
a) Năm ngoái; b) Năm nay.
69. Trong bảng dưới đây có nhiệt độ cao nhất và nhiệt độ thấp nhất của một số thành phố vào một ngày nào đó. Hãy ghi vào cột bên phải số độ chênh lệch (nhiệt độ cao nhất trừ nhiệt độ thấp nhất) trong ngày đó của mỗi thành phố.

Thành phố	Nhiệt độ cao nhất	Nhiệt độ thấp nhất	Chênh lệch nhiệt độ
Hà Nội	25°C	16°C	
Bắc Kinh	-1°C	-7°C	
Mát-xcơ-va	-2°C	-16°C	
Pa-ri	12°C	2°C	
Tô-ky-ô	8°C	-4°C	
Tô-rôn-tô	2°C	-5°C	
Niu-Yoóc	12°C	-1°C	

70. Tính các tổng sau một cách hợp lý:

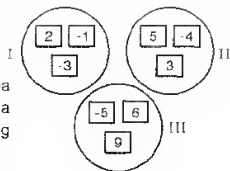
a) $3784 + 23 - 3785 - 15$;

b) $21 + 22 + 23 + 24 - 11 - 12 - 13 - 14$

71. Tính nhanh. a) $-2001 + (1999 + 2001)$;

b) $(43 - 863) - (137 - 57)$

72. **Đố:** Có 9 tấm bia có ghi số và chia thành ba nhóm như hình bên. Hãy chuyển một tấm bia từ một nhóm sang nhóm khác sao cho tổng các số trong mỗi nhóm đều bằng nhau.



Hướng dẫn

60. $4 - (27 - 3) = x - (13 - 4)$

$4 - 24 = x - 9$

$x = -11.$

67. a) $(-37) + (-112) = -(37 + 112) = -149$

b) $-42 + 52 = 52 - 42 = 10$

c) $13 - 31 = -(31 - 13) = -18$

d) $14 - 24 - 12 = -(24 + 12 - 14) = -(36 - 14) = -22$

e) $(-25) + 30 - 15 = (30 - 25) - 15 = 5 - 15 = -10$

68. Hiệu số bàn thắng - thua năm ngoái: $27 - 48 = -21$

Hiệu số bàn thắng - thua năm nay. $39 - 24 = 15$

69

Thành phố	Nhiệt độ cao nhất	Nhiệt độ thấp nhất	Chênh lệch nhiệt độ
Hà Nội	25°C	16°C	9°C
Bắc Kinh	-1°C	-7°C	6°C
Mát-xcơ-va	2°C	-16°C	14°C
Pa-ri	12°C	2°C	10°C
Tô-ky-ô	8°C	-4°C	12°C
Tô-rôn-tô	2°C	-5°C	7°C
Niu-Yoóc	12°C	-1°C	13°C

70. a) $3784 + 23 - 3785 - 15 = (3784 - 3785) + (23 - 15) = -1 + 8 = 7$

b) $21 + 22 + 23 + 24 - 11 - 12 - 13 - 14$

$= (21 - 11) + (22 - 12) + (23 - 13) + (24 - 14)$

$= 10 + 10 + 10 + 10 = 40$

71. a) $-2001 + (1999 + 2001) = (-2001 + 2001) + 1999 = 1999$

b) $(43 - 863) - (137 - 57) = 43 - 863 - 137 + 57$

$= (43 + 57) - (863 + 137) = 100 - 1000 = -900$

72. Tính tổng các số trong mỗi nhóm ta được: -2; 4; 10

Vì tổng các số của ba nhóm là 12 nên tổng các số của mỗi nhóm là $12 : 3 = 4$ và bằng tổng các số của nhóm II. Suy ra cách chuyển như sau: Chuyển bìa ghi số 6 từ nhóm III sang nhóm I.

§10. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

I. TÒM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tích của hai số nguyên khác dấu:

Muốn nhân hai số nguyên khác dấu ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu "-" trước kết quả tìm được.

2. Ta có: $a.0 = 0.a$ ($a \in \mathbb{Z}$).

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Thực hiện phép tính: a) $5.(-7)$; b) $(-18).10$; c) $12.(-8)$

2. Tìm x sao cho $15.x = 75$

Không tính toán, hãy nói ngay x bằng bao nhiêu nếu:

a) $15.x = -75$; b) $(-15).x = 75$; c) $(-15).x = -75$

Bài giải

1. a) $5.(-7) = -(5.7) = -35$;

b) $(-18).10 = -(18.10) = -180$;

c) $12.(-8) = -(12.8) = -96$

2. * $15.x = 75 \Rightarrow x = 75 : 15 = 5$

* Từ đó suy ra: a) $15.x = -75 \Rightarrow x = -5$;

b) $(-15)x = 75 \Rightarrow x = -5$

c) $(-15)x = -75 \Rightarrow x = 5$.

B. Bài tập căn bản

73. Thực hiện phép tính:

a) $(-5).6$;

b) $9.(-3)$;

c) $(-10).11$;

d) $150.(-4)$

74. Tính 125.4 . Từ đó suy ra kết quả của :

a) $(-125).4$;

b) $(-4).125$;

c) $4.(-125)$

75. So sánh :

a) $(-67).8$ với 0 ;

b) $15.(-3)$ với 15 ;

c) $(-7).2$ với -7

76. Điền vào ô trống:

x	5	-18		-25
y	-7	10	-10	
x.y			-180	-1000

77. Một xí nghiệp may mỗi ngày may được 250 bộ quần áo. Khi may theo một mẫu, chiều dài của vải dùng để may một bộ quần áo tăng x (dm) (khổ vải như cũ). Hỏi chiều dài của vải dùng để may 250 bộ quần áo mỗi ngày tăng bao nhiêu dm biết:

a) $x = 3$?

b) $x = -2$?

Hướng dẫn

73. a) $(-5).6 = -(|-5|.6) = -5.6 = -30$

b) $9.(-3) = -(9.|-3|) = -27$

c) $(-10).11 = -(|-10|.11) = -110$

d) $150.(-4) = -(150.|-4|) = -600$

74. Ta có: $125.4 = 500$

a) $(-125).4 = -500$;

b) $(-4).125 = -500$;

c) $4.(-125) = -500$

75. a) $(-67).8 \boxed{<} 0$ (vì $-536 < 0$)

b) $15.(-3) \boxed{<} 15$ (vì $-45 < 15$)

c) $(-7).2 \boxed{<} -7$ (vì $-14 < -7$)

76.

x	5	-18	18	-25
y	-7	10	-10	40
x.y	-35	-180	-180	-1000

77. Số vải tăng mỗi ngày là: $250.x$ (dm)

a) $250.3 = 750$ (dm)

b) $250.(-2) = -500$ (dm)

Nghĩa là giảm 500dm.

§11. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Muốn nhân hai số nguyên cùng dấu ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng.

Ví dụ: a) $5.7 = 35$,

$$b) (-15).(-6) = |-15| \cdot |-6| = 15.6 = 90$$

2. Cách nhận biết dấu của tích hai thừa số:

$(+).(+) \text{ thành } +$;

$(-).(-) \text{ thành } +$

$(+).(-) \text{ thành } -$;

$(-).(+) \text{ thành } -$

3. $a.b = 0$ thì $a = 0$ hoặc $b = 0$

4. Khi đổi dấu một thừa số thì tích đổi dấu.

Khi đổi dấu hai thừa số thì tích không đổi dấu.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tính: a) $(+3)(+7)$; b) $(-5)(-6)$; c) $(-15)(-6)$

2. Không làm phép tính, hãy đặt dấu $>$, $<$; $=$ vào ô trống:

a) $(+7)(+5)$ 0;

b) $(-5)(-37)$ 0

c) 12.21 $(-12)(-21)$;

d) $(-15)(-26).0$ $(-11)(-5)$

3. Tìm x , biết rằng:

a) $x(x-1) = 0$;

b) $(x-1)(x+2) = 0$

Bài giải

1. Tính: a) $(+3)(+7) = +21$; b) $(-5)(-6) = +30$; c) $(-15)(-6) = +90$

2. a) $(+7)(+5)$ 0;

b) $(-5)(-37)$ 0

c) 12.21 $(-12)(-21)$;

d) $(-15)(-26).0$ $(-11)(-5)$

3. Hướng dẫn: $a.b = 0 \Rightarrow a = 0$ hoặc $b = 0$

a) $x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Vậy $x = 0$ hoặc $x = 1$

b) $(x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ x+2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$. Vậy $x = 1$ hoặc $x = -2$

B. Bài tập căn bản

78. Tính: a) $(+3).(+9)$; b) $(-3).7$; c) $13.(-5)$;

d) $(-150).(-4)$;

e) $(+7).(-5)$

79. Tính $27.(-5)$. Từ đó suy ra các kết quả:

$(+27).(+5)$;

$(-27).(+5)$;

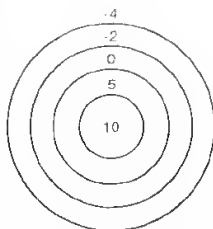
$(-27).(-5)$;

$(+5).(-27)$

80. Cho a là một số nguyên âm. Hỏi b là số nguyên âm hay số nguyên dương nếu biết:

- a) $a.b$ là một số nguyên dương;
b) $a.b$ là một số nguyên âm?

81. Trong trò chơi bắn bi vào các hình tròn vẽ trên mặt đất (hình bên), bạn Sơn bắn được ba viên điểm 5, một viên điểm 0 và hai viên điểm -2; bạn Dũng bắn được hai viên điểm 10, một viên điểm -2 và ba viên điểm -4. Hỏi bạn nào được điểm cao hơn?



82. So sánh: a) $(-7).(-5)$ với 0; b) $(-17).5$ với $(-5).(-2)$;
c) $(+19).(+6)$ với $(-17).(-10)$
83. Giá trị của biểu thức $(x-2).(x+4)$, khi $x = -1$ là số nào trong bốn đáp số A, B, C, D dưới đây.
A. 9; B. (-9) ; C. 5; D. (-5)

Hướng dẫn

78. a) $(+3).(+9) = 3.9 = 27$; b) $(-3).7 = -3.7 = -21$
c) $(13).(-5) = -13.5 = -65$; d) $(-150).(-4) = 150.4 = 600$
e) $(+7).(-5) = -7.5 = -35$
79. Ta có: $27.(-5) = -135$
a) $(+27).(+5) = 135$; b) $(-27).5 = -135$
c) $(-27).(-5) = 135$; d) $(+5).(-27) = -135$
80. a) $\begin{cases} a \text{ là số nguyên âm} \\ a.b \text{ là số nguyên dương} \end{cases} \Rightarrow b \text{ là một số nguyên âm}$
b) $\begin{cases} a \text{ là số nguyên âm} \\ a.b \text{ là số nguyên âm} \end{cases} \Rightarrow b \text{ là số nguyên dương.}$
81. Số điểm bạn Sơn đạt được: $3.5 + 1.0 + 2.(-2) = 15 + 0 - 4 = 11$ (điểm)
Số điểm bạn Dũng đạt được: $2.10 + 1.(-2) + 3.(-4) = 20 - 2 - 12 = 6$ (điểm)
Vậy bạn Sơn bắn được điểm cao hơn (cao hơn 5 điểm).
82. a) $(-7).(-5) \boxed{>} 0$ (vì $35 > 0$)
b) $(-17).5 \boxed{<} (-5).(-2)$ (vì $-85 < 10$)
c) $(+19).(+6) \boxed{<} (-17).(-10)$ (vì $114 < 170$)
83. Đáp số: B: (-9) đúng
Vì khi thay $x = -1$ vào biểu thức $(x-2).(x+4)$ ta được:
 $(-1-2).(-1+4) = -3.3 = -9$

C. Bài tập nâng cao

67. Không thực hiện phép tính, hãy điền dấu > hoặc < vào ô trống:

a) $-107.43 \square 0$;

b) $-320.(-45).7 \square 0$

c) $-17.(-751).(-123) \square 15.72$

Giải

a) $-107.43 \square 0$ (vì -107.43 là số âm)

b) $-320.(-45).7 \square 0$ (vì $-320.(-45).7$ là số dương)

c) $-17.(-751).(-123) \square 15.72$ (vì $-17.(-751).(-123) < 0$ và $15.72 > 0$)

68. Điền dấu > hoặc dấu < vào ô trống:

a) $5(-21) \square 5.(-32)$;

b) $(-5).(-23) \square -5.(-32)$

Giải

a) Ta có: $\begin{cases} 5.(-21) = -105 \\ 5.(-32) = -160 \end{cases} \Rightarrow -160 < -105$. Vậy $5.(-21) \square 5.(-32)$

b) Ta có: $\begin{cases} -5.(-23) = 115 \\ -5.(-32) = 160 \end{cases} \Rightarrow 160 > 115$. Vậy $(-5).(-23) \square -5.(-32)$

69. Cho $a \in \mathbb{Z}$. So sánh các tích sau đây:

a) $(-7)a$ và $(-10)a$;

b) $15(a-3)$ và $11(a-3)$

Giải

a) Xét hiệu: $-7a - [(-10)a] = [-7 - (-10)]a = (-7 + 10)a = 3a$

- Nếu $a = 0$ thì $3a = 0$ nên $-7a - [(-10)a] = 0 \Rightarrow -7a = (-10)a$

- Nếu $a < 0$ thì $3a < 0$ nên $-7a - [(-10)a] < 0 \Rightarrow -7a < (-10)a$

- Nếu $a > 0$ thì $3a > 0$ nên $-7a - [(-10)a] > 0 \Rightarrow -7a > (-10)a$

b) Tương tự, xét hiệu: $15(a-3) - 11(a-3) = (15-11)(a-3) = 4(a-3)$

- Nếu $a-3 = 0$ hay $a = 3$ thì $15(a-3) - 11(a-3) = 0$

$\Rightarrow 15(a-3) = 11(a-3)$

- Nếu $a-3 < 0$ hay $a < 3$ thì $4(a-3) < 0$

Hay $15(a-3) - 11(a-3) < 0 \Rightarrow 15(a-3) < 11(a-3)$

- Nếu $a-3 > 0$ hay $a > 3$ thì $4(a-3) > 0$

Hay $15(a-3) - 11(a-3) > 0 \Rightarrow 15(a-3) > 11(a-3)$

70. Cho 25 số nguyên trong đó tích của 3 số bất kì là một số dương. Chứng minh rằng tất cả 25 số ấy đều là số dương.

Giải

Theo đề bài, trong 25 số đã cho không thể có số nào bằng 0 và nếu có một số bằng 0 thì tích của ba số bất kì nào đó trong chúng sẽ bằng 0, trái với đề bài.

Trong 25 số đã cho cũng không thể có nhiều hơn 2 số âm vì nếu trái lại thì tích của 3 số bất kì nào đó trong chúng là số âm, trái với đề bài. Vậy phải có ít nhất 23 số dương trong 25 số đã cho. Giả sử các số đã cho là $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_{24} \leq a_{25}$. Như vậy $a_{24} > 0$ và $a_{25} > 0$, mà $a_{25} \cdot a_{24} \cdot a_1 > 0$ (giả thiết) nên $a_1 > 0$. Tương tự $a_{25} \cdot a_1 \cdot a_2 > 0$, mà $a_{25} > 0$; $a_1 > 0$ nên $a_2 > 0$.

Từ đó suy ra tất cả 25 số đều là số dương.

Luyện tập

84. Điền các dấu "+", "-" thích hợp vào ô trống:

Dấu của a	Dấu của b	Dấu của a.b	Dấu của $a.b^2$
+	+		
+	-		
-	+		
-	-		

85. Tính:

a) $(-25).8$; b) $18.(-15)$; c) $(-1500) (-100)$; d) $(-13)^2$.

86. Điền số vào ô trống cho đúng:

a	-15	13		9	
b	6		-7		-8
ab		-39	28	-36	8

87. Biết rằng $3^2 = 9$. Có còn số nguyên nào khác mà bình phương của nó cũng bằng 9?

88. Cho $x \in \mathbb{Z}$, so sánh: $(-5).x$ với 0.

89. Sử dụng máy tính bỏ túi

Phép tính	Nút ấn	Kết quả
$(-3) \cdot 7$	$3 \div \times 7 =$	-21
	hoặc $- 3 \times 7 =$	-21
$8 \cdot (-5)$	$8 \times 5 \div =$	-40
$(-17) \cdot (-15)$	$1 \div 7 \div \times 1 \div 5 \div =$	255
	hoặc $- 1 \div 7 \times 1 \div 5 \div =$	255

Dùng máy tính bỏ túi để tính:

a) $(-1356) : 17$;

b) $39.(-152)$;

c) $(-1909).(-75)$.

Bài giải

84.

Dấu của a	Dấu của b	Dấu của a.b	Dấu của $a.b^2$
+	+	+	+
+	-	-	+
-	+	-	-
-	-	+	-

85. a) $(-25).8 = -200$; b) $18.(-15) = -270$

c) $(-1500).(-100) = 150000$; d) $(-13)^2 = (-13).(-13) = 169$.

88.

a	-15	13	-4	9	-1
b	6	-3	-7	-4	-8
ab	-90	-39	28	-36	8

87. Còn số -3 vì $(-3)^2 = 9$.

88. Nếu $x = 0$ thì $(-5).x = 0$

Nếu $x < 0$ thì $(-5).x > 0$

Nếu $x > 0$ thì $(-5).x < 0$

89. a) -23052;

b) -5928,

c) 143175.

§12. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Tính chất giao hoán: Với mọi $a, b \in \mathbb{Z}$, ta có: $a.b = b.a$
- Tính chất kết hợp: Với mọi $a, b, c \in \mathbb{Z}$, ta có: $a.(b.c) = (a.b).c$
- Nhân với 1: Với mọi $a \in \mathbb{Z}$, ta có: $a.1 = 1.a = a$
- Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng:
Với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, ta có: $a(b + c) = ab + ac$ và $a(b - c) = ab - ac$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Bỏ dấu ngoặc rồi tính:

a) $(-5)(37 - 17)$

b) $(-5)(19 + 21)$

c) $15(29 - 3) - 29(15 - 1)$;

d) $(-31)(53 + 2) + 53(31 - 3)$

2. Bỏ ngoặc. a) $(a + b)(c + d)$, b) $(a - b)(c - d)$
 c) $a(b + c - d)$; d) $(-a)(b - c + d)$

Bài giải

1. a) $(-5)(37 - 17) = (-5).37 - 5(-17) = -185 + 85 = -100$
 b) $(-5)(19 + 21) = (-5).19 - 5(+21) = -95 - 105 = -200$
 c) $15(29 - 3) - 29(15 - 1) = 15.29 - 15.3 - 29.15 + 29(-1)$
 $= -15.3 - 29(-1) = -45 + 29 = -16$
 d) $(-31)(53 + 2) + 53(31 - 3) = -31.53 - 31.2 + 53.31 + 53(-3)$
 $= -31.2 + 53(-3) = -62 - 159 = -221$
2. Bỏ ngoặc: a) $(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$
 b) $(a - b)(c - d) = a(c - d) - b(c - d) = ac - ad - bc + bd$
 c) $a(b + c - d) = ab + ac - ad$
 d) $(-a)(b - c + d) = -ab + ac - ad$

B. Bài tập căn bản

90. Thực hiện các phép tính:
 a) $15.(-2).(-5).(-6)$ b) $4.7.(-11).(-2)$
91. Thay một thừa số bằng tổng để tính:
 a) -57.11 ; b) $75.(-21)$
92. Tính:
 a) $(37 - 17).(-5) + 23(-13 - 17)$; b) $(-57)(67 - 34) - 57(34 - 57)$
93. Tính nhanh:
 a) $(-4).(+125).(-25).(-6).(-8)$; b) $(-98).(1 - 246) - 246.98$.
94. Viết các tích sau dưới dạng một lũy thừa:
 a) $(-5).(-5).(-5).(-5).(-5)$; b) $(-2).(-2).(-2).(-3).(-3).(-3)$.

Hướng dẫn

90. a) $15.(-2).(-5).(-6) = -(15.2.5.6) = -900$
 b) $4.7.(-11).(-2) = + (4.7.11.2) = + 616$
91. a) $-57.11 = -57(10 + 1) = -57.10 + 57.1 = -570 + 57 = -627$
 b) $75(-21) = 75.(-20 - 1) = 75.(-20) + 75(-1) = -1500 - 75 = -1575$
92. a) $(37 - 17)(-5) + 23(-30) = 20(-5) + 23(-30) = -100 - 690 = -790$
 b) $(-57)(67 - 34) - 67(34 - 57) = (-57).33 - 67(-23) = -1881 + 1541 = -340$
93. a) $(-4).(+125).(-25).(-6).(-8) = [(-4).(-25)].[125.(-8)].(-6)$
 $= 100.(-1000).(-6) = 600\,000$
 b) $(-98).(1 - 246) - 246.98 = -98 + 98.246 - 246.98 = -98$.
94. a) $(-5)^5$
 b) $(-2)(-2)(-2)(-3)(-3)(-3) = [(-2).(-3)].[(-2).(-3)].[(-2).(-3)] = 6.6.6 = 6^3$.

C. Bài tập nâng cao

71. Chứng minh rằng: a) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
b) $(a + b + c)(a + b + c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

Giải

a) Ta có: $(a - b)(a + b) = a(a + b) - b(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$
b) $(a + b + c)(a + b + c) = a(a + b + c) + b(a + b + c) + c(a + b + c)$
 $= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

72. Bỏ dấu ngoặc rồi viết dưới dạng tích:

a) $(a + b)(c + d) - (a + d)(b + c);$
b) $(a - b)(c - d) + (a - d)(b - c).$

Giải

- a) Ta có:

$$\begin{aligned}(a + b)(c + d) - (a + d)(b + c) &= a(c + d) + b(c + d) - a(b + c) - d(b + c) \\&= ac + ad + bc + bd - ab - ac - bd - cd \\&= ad + bc - ab - cd = (ad - ab) + (bc - cd) \\&= a(d - b) + c(b - d) = a(d - b) - c(d - b) = (d - b)(a - c)\end{aligned}$$

- b) Ta có:

$$\begin{aligned}(a - b)(c - d) + (a - d)(b - c) &= a(c - d) - b(c - d) + a(b - c) - d(b - c) \\&= ac - ad - bc + bd + ab - ac - bd + cd \\&= ab + dc - ad - bc = (ab - ad) + (dc - bc) \\&= a(b - d) + c(d - b) = a(b - d) - c(b - d) = (b - d)(a - c)\end{aligned}$$

73. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn điều kiện:

a) $(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 0;$ b) $(x^2 - 4)(x^2 - 9) \leq 0$

Giải

a) Ta có: $(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ hoặc $x^2 - 9 = 0$

Khi $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

Khi $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$. Vậy $x \in \{-3, -2, 2, 3\}$.

- b) Ta có: $x^2 - 9 < x^2 - 4$ nên:

$$(x^2 - 9)(x^2 - 4) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 9 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 4 \leq x^2 \leq 9 \Rightarrow x = \pm 2; \pm 3$$

Vậy $x \in \{-3, -2, 2, 3\}$.

74. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa $x.y = 3$.

Giải

Ta có: $3 = 3.1 = 1.3 = (-3)(-1) = (-1)(-3)$

Vậy các cặp số (x, y) thỏa mãn $x.y = 3$ là: $(3; 1); (1; 3); (-3; -1); (-1; -3)$

Luyện tập

95. Giải thích vì sao: $(-1)^3 = -1$. Có còn số nguyên nào khác mà lập phương của nó cũng bằng chính nó?
96. Tính: a) $237.(-26) + 26.137$; b) $63.(-25) + 25.(-23)$
97. So sánh: a) $(-16).1253.(-8).(-4).(-3)$ với 0
b) $13.(-24).(-15).(-8).4$ với 0
98. Tính giá trị của biểu thức: a) $(-125).(-13).(-a)$, với $a = 8$
b) $(-1).(-2).(-3).(-4).(-5).b$, với $b = 20$
99. Áp dụng tính chất $a(b - c) = ab - ac$, điền số thích hợp vào ô trống:
a) $\square.(-13) + 8.(-13) = (-7 + 8).(-13) = \square$
b) $(-5).(4 - \square) = (-5).(-4) - (-5).(-14) = \square$
100. Cho $m = 2$ và $n = -3$. Tính tích $n.m^2$. Trong bốn đáp số dưới đây có một đáp số đúng. Hãy chọn đáp số đúng đó.
 (-18) ; 18; (-36) ; 36

Hướng dẫn

95. Ta có: $(-1)^3 = \underbrace{(-1)(-1)}_{1^2}(-1) = 1^2.(-1) = 1.(-1) = -1$
- Ngoài ra còn có: $0^3 = 0$; $1^3 = 1$
96. a) $237.(-26) + 26.137 = 26.137 - 26.237$
 $= 26(137 - 237) = 26.(-100) = -2600.$
b) $63.(-25) + 25.(-23) = 25.(-23) - 25.63$
 $= 25.(-23 - 63) = 25.(-86) = -2150.$
97. a) $(-16).1253.(-8).(-4).(-3) = +1.924.608 > 0$
b) $13.(-14).(-15).(-8).4 = -149760 < 0$
98. Ta có: a) $(-125).(-13).(-a) = (-125).(-13).(+8) = 13000$
b) $(-1).(-2).(-3).(-4).(-5).b = (-1).(-2).(-3).(-4).(-5).20 = -2400$
99. a) $\boxed{-7}.(-13) + 8.(-13) = (-7 + 8).(-13) = \boxed{-13}$
b) $(-5).(4 - \boxed{-14}) = (-5).(-4) - (-5).(-14) = \boxed{-50}$
100. a) Ta có: $m.n^2 = 2.(-3)^2 = 2.(-3)(-3) = 2.9 = 18.$
Vậy 18 là đáp số đúng.

§13. BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. Nếu có một số nguyên q sao cho $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia hết cho b . Ta còn nói a là bội của b và b là ước của a .
2. - Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0.
- Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.
- Các số 1 và -1 là ước của mọi số nguyên.
3. Tính chất:
 - * $a : b$ và $b : c \Rightarrow a : c$
 - * Với mọi $m \in \mathbb{Z}$, ta có: $a : b \Rightarrow a \cdot m : b$
 - * Nếu $a : c$ và $b : c \Rightarrow (a + b) : c$ và $(a - b) : c$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

1. Tìm: a) Các bội của 3; -5;
b) Tìm tất cả các ước của 6; của 36; của -13
2. Chứng minh rằng nếu a chia hết cho b thì: a) a chia hết cho $-b$;
b) $-a$ chia hết cho b và $-b$;
c) $|a|$ chia hết cho $|b|$.

Bài giải

1. a) - Các bội của 3 là: $0; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 12; \dots$
- Các bội của -5 là: $0; \pm 5; \pm 10; \pm 15; \dots$
b) - Các ước của 36 là: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 9; \pm 12; \pm 18; \pm 36$.
- Các ước của -13 là: $\pm 1; \pm 13$
- Các ước của 6 là: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$.
2. a) Ta có: $a : b \Rightarrow a = b \cdot q$ ($q \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow -a = (-b) \cdot (-q)$
Điều này chứng tỏ rằng $a : (-b)$
b) - Ta có: $a : b \Rightarrow a = b \cdot q$ ($q \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow -a = b \cdot (-q)$
Điều này chứng tỏ rằng: $-a : b$
- Ta có: $a : b \Rightarrow a = b \cdot q$ ($q \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow -a : (-b) \cdot q$
Điều này chứng tỏ rằng: $-a : (-b)$
c) Ta có: $a : b \Rightarrow |a| : |b|$ (Đo kết quả câu a) và câu b))

B. Bài tập căn bản

101. Tìm các bội của 3; -3
102. Tìm tất cả các ước của -3; 6; 11; -1
103. Cho hai tập hợp số: $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{21, 22, 23\}$

a, Có bao nhiêu tổng dạng $(a + b)$ với $a \in A$; $b \in B$ được tạo thành?

b, Trong đó có bao nhiêu tổng chia hết cho 2?

104. Tìm số nguyên x biết: a) $15x = -75$, b) $3|x| = 18$

105. Điền vào ô trống:

a	42		2	26	0	9
b	3	-5		$ 13 $	7	-1
a : b		5	1			

106. Có hai số nguyên a, b khác nhau nào mà $a : b$ và $b : a$ không?

Hướng dẫn

101. $B(3) = \{ \dots; -9; -6; -3; 0; 3; 6; 9; \dots \}$

$B(-3) = \{ \dots; 9; 6; 3; 0; -3; -6; -9; \dots \}$

102. $U(3) = \{ -3; -1; 1; 3 \}$; $U(6) = \{ \pm 1; \pm 2; \pm 3 \}$

$U(11) = \{ \pm 11; \pm 1 \}$; $U(-1) = \{ \pm 1 \}$

103. a) Có 15 tổng $(a + b)$ với $a \in A$, $b \in B$ được tạo thành từ hai tập hợp A và B, đó là:

$(2 + 21); (2 + 22); (2 + 23); (3 + 21); (3 + 22); (3 + 23);$

$(4 + 21); (4 + 22); (4 + 23); (5 + 21); (5 + 22); (5 + 23); (6 + 21);$

$(6 + 22); (6 + 23).$

b) Trong 15 tổng tìm được ở trên, có 7 tổng chia hết cho 2 đó là $(2 + 22);$

$(3 + 21); (3 + 23); (4 + 22); (5 + 21); (5 + 23); (6 + 22)$

104. a) $15x = -75 \Rightarrow x = -75 : 15 = -5$

b) $3|x| = 18 \Rightarrow |x| = 18 : 3 = 6 \Rightarrow x = \pm 6$

105.

a	42	-25	2	-26	0	9
b	-3	-5	-2	$ -13 $	7	-1
a : b	-14	5	-1	-2	0	-9

106. Có vô số số nguyên $a \neq 0$; $b \neq 0$ mà $a : b$ và $b : a$, đó là những số nguyên đối nhau:

Vì dụ: 1 và -1 vì $1 : (-1)$ và $(-1) : 1$

2 và -2 vì $2 : (-2)$ và $(-2) : 2$

C. Bài tập nâng cao

75. Cho $a, b, c, m \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng $a : m$; $b : m$ và $(a + b + c) : m$ thì $c : m$.

Giải

Ta có: $a : m \Rightarrow a = mq_1$ ($q_1 \in \mathbb{Z}$)

$b : m \Rightarrow b = mq_2$ ($q_2 \in \mathbb{Z}$)

$$\text{và } (a + b + c) : m \Rightarrow a + b + c = mq_3 \text{ (} q_3 \in \mathbb{Z} \text{)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c &= mq_3 - a - b = mq_3 - mq_1 - mq_2 \\ &= m(q_3 - q_1 - q_2) : m \end{aligned}$$

Vậy $c : m$.

76. Tìm tập hợp $U(8)$, $U(12)$ tất cả các ước của 8 và của 12.

Tìm giao $U(8) \cap U(12)$.

Giải

Ta có: $U(8) = \{ \pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8 \}$

$U(12) = \{ \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12 \}$

Vậy $U(8) \cap U(12) = \{ \pm 1; \pm 2; \pm 4 \}$

77. Chứng minh rằng: a) Số đối của $a.b$ là $a(-b)$;

b) Số đối của $-ab$ là ab

Giải

a) Ta có: $ab + a(-b) = a(b + (-b)) = a.0 = 0$. Vậy số đối của ab là $a(-b)$

b) Ta có: $-ab + ab = 0$. Vậy số đối của $-ab$ là ab .

78. Tìm các số nguyên x, y thỏa: $xy + 2x - y = 4$ (1)

Giải

Ta có: $xy + 2x - y = 4 \Rightarrow (xy + 2x) - y = 2 + 2$

$$\Rightarrow (xy + 2x) - y - 2 = 2 \Rightarrow (xy + 2x) - (y + 2) = 2$$

$$\Rightarrow x(y + 2) - (y + 2) = 2 \Rightarrow (y + 2)(x - 1) = 2$$

$$\text{Hay } (y + 2)(x - 1) = 2.1 = 1.2 = (-1)(-2) = (-2)(-1)$$

Từ đó ta có các trường hợp sau:

$$\bullet \begin{cases} y + 2 = 2 \\ x - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 2 \\ x = 1 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} y + 2 = 1 \\ x - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 2 \\ x = 2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} y + 2 = -1 \\ x - 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 + 1 \\ y = -1 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} y + 2 = -2 \\ x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 1 \\ y = -2 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy các cặp (x, y) thỏa mãn (1) là:

$$(2; 0); (3; -1); (-1; -3); (0; -4)$$

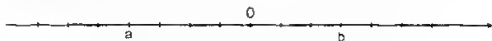
ÔN TẬP CHƯƠNG II

I. Câu hỏi ôn tập (Học sinh tự làm)

II. Bài tập

107. Trên trục số cho hai điểm a , b (h 24). Hãy:

- Xác định các điểm $-a$; $-b$ trên trục số;
- Xác định các điểm $|a|$, $|b|$, $|-a|$, $|-b|$ trên trục số;
- So sánh các số a , b , $-a$, $-b$, $|a|$, $|b|$, $|-a|$, $|-b|$ với 0.



108. Cho số nguyên khác 0. So sánh $-a$ với a , $-a$ với 0.

109. Dưới đây là tên và năm sinh của một số nhà toán học:

Tên	Năm sinh
Lương Thế Vinh	1441
Đế-các	1596
Pi-ta-go	-570
Gau-xơ	1777
Ăc-si-mét	-287
Ta-lét	-624
Cô-va-lép-xkai-a	1850

110. Trong các số sau đây câu nào đúng, câu nào sai? Cho ví dụ minh họa đối với câu sai.

- Tổng của hai số nguyên âm là một số nguyên âm.
- Tổng của hai số nguyên dương là một số nguyên dương.
- Tích của hai số nguyên âm là một số nguyên âm.
- Tích của hai số nguyên dương là một số nguyên dương.

111. Tính các tổng (đại số) sau:

- $[-13 + (-15)] + (-8)$;
- $500 - (-200) - 210 - 100$;
- $-(-129) + (-119) - 301 + 12$;
- $777 - (-111) - (-222) + 20$

112. **Đố:** Ban Diệp đã tìm ra được hai số nguyên, số thứ nhất (2a) bằng hai lần số thứ hai (a) nhưng số thứ hai trừ đi 10 lại bằng số thứ nhất trừ đi 5 (tức là $a - 10 = 2a - 5$) Hỏi đó là hai số nào?

113. **Đố:** Hãy điền các số 1, -1, 2, -2, 3, -3 vào các ô trống ở hình vuông bên (mỗi số vào một ô) sao cho tổng ba số trên mỗi dòng, mỗi cột hoặc mỗi đường chéo đều bằng nhau.

		5
4		0

114. Liệt kê và tính tổng tất cả các số nguyên x thỏa mãn:

a) $-8 < x < 8$;

b) $-6 < x < 4$;

c) $-20 < x < 21$

115. Tìm $a \in \mathbb{Z}$, biết:

a) $|a| = 5$;

b) $|a| = 0$;

c) $|a| = -3$

d) $|a| = |-5|$;

e) $-11|a| = -22$

116. Tính:

a) $(-4) \cdot (-5) \cdot (-6)$,

b) $(-3 + 6) \cdot (-4)$

c) $(-3 - 5) \cdot (-3 + 5)$;

d) $(-5 - 13) : (-6)$

117. Tính:

a) $(-7)^3 \cdot 2^4$;

b) $5^4 \cdot (-4)^2$

118. Tìm số nguyên x, biết:

a) $2x - 35 = 15$;

b) $3x + 17 = 2$;

c) $|x - 1| = 0$

119. Tính bằng hai cách: a) $15 \cdot 12 - 3 \cdot 5 \cdot 10$;

b) $45 - 9(13 + 5)$;

c) $29(19 - 13) - 19(29 - 13)$

120. Cho hai tập hợp: $A = \{3; -5; 7\}$; $B = \{-2; 4; -6; 8\}$

a) Có bao nhiêu tích ab (với $a \in A$ và $b \in B$) được tạo thành?

b) Có bao nhiêu tích lớn hơn 0, bao nhiêu tích nhỏ hơn 0?

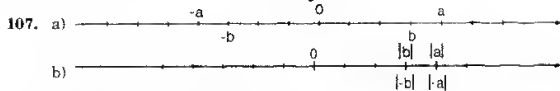
c) Có bao nhiêu tích là bội của 6?

d) Có bao nhiêu tích là ước của 20?

121. Đồ : Hãy điền các số nguyên thích hợp vào các ô trống trong bảng dưới đây sao cho tích của ba số ở ba ô liên nhau đều bằng 120:

		6							-4	
--	--	---	--	--	--	--	--	--	----	--

Hướng dẫn



c) $a < 0$ và $-a = |-a| = |a| > 0$

$b = |b| = |-b| > 0$ và $-b < 0$

108. Vì a là số nguyên khác 0 nên a có thể là số nguyên dương hoặc số nguyên âm.

- Khi $a < 0$ thì $-a > 0$. Vậy $a < -a$ và $-a > 0$

- Khi $a > 0$ thì $-a < 0$. Vậy $-a < a$ và $-a < 0$

109. Theo thứ tự tăng: $-624, -570, -287, 1441, 1596, 1777, 1850$.

110. Câu a, b, d: ĐÚNG; Câu c: SAI

$$111. a) \{(-13) + (-15)\} + (-8) = -28 + (-8) = -36$$

$$b) 500 - (-200) - 210 - 100 = 500 + 200 - 210 - 100 \\ = 700 - 310 = 390$$

$$c) -(-129) + (-119) - 301 + 12 = 129 + (-119) - 301 + 12 \\ = -(-129) + 12 - (119 + 301) \\ = 141 - 420 = -279$$

$$d) 777 - (-111) - (-222) + 20 = 777 + 111 + 222 + 20 = 1130$$

$$112. \text{ Theo đề bài ta có: } a - 10 = 2a - 5 \Rightarrow -10 + 5 = 2a - a \\ \Rightarrow -5 = a \Rightarrow 2a = -10$$

Vậy số nhỏ là -5 và số lớn là -10.

$$113. \text{ Tổng của tất cả các số là:}$$

$$4 + 0 + 5 + 1 + (-1) + 2 + (-2) + 3 + (-3) = 9$$

Vậy tổng của ba số ở mỗi dòng hoặc mỗi cột là 3

2	3	-2
-3	1	5
4	-1	0

$$114. a) -8 < x < 8 \Rightarrow x = \pm 7; \pm 6; \pm 5; \pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0$$

Khi đó:

$$-7 + 7 + (-6) + 6 + (-5) + 5 + (-4) + 4 + (-3) + 3 + (-2) + 2 + (-1) + 1 + 0 = 0$$

$$b) -6 < x < 4 \Rightarrow x = -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3$$

$$\text{Khi đó: } -5 + (-4) + (-3) + 3 + (-2) + 2 + (-1) + 1 + 0 = -9$$

$$c) -20 < x < 21 \Leftrightarrow x = -19, -18, \dots, 0, 1, \dots, 19, 20$$

$$\text{Khi đó: } (-19 + 19) + (-18 + 18) + \dots + (-1) + 1 + 0 + 20 = 20$$

$$115. a) |a| = 5 \Rightarrow a = \pm 5;$$

$$b) |a| = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$c) |a| = -3.$$

$$\forall \begin{cases} |a| \geq 0 \\ \text{và } -3 \leq 0 \end{cases} \text{ nên không có số nguyên } a \text{ nào thỏa mãn đề bài.}$$

$$d) |a| = |-5| = 5 \Rightarrow a = \pm 5$$

$$e) -11|a| = -22 \Rightarrow |a| = -22 : (-11) = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$116. a) (-4).(-5).(-6) = -120;$$

$$b) (-3 + 6).(-4) = 3.(-4) = -12$$

$$c) (-3 - 5).(-3 + 5) = -8.2 = -16;$$

$$d) (-5 - 13) : (-6) = -18 : (-6) = 3$$

$$117. a) (-7)^4.2^4 = (-7).(-7).(-7).2.2.2.2 = -5488$$

$$b) 5^4.(-4)^2 = 5.5.5.5.(-4).(-4) = 10000$$

118. a) $2x - 35 = 15$

$$2x = 35 + 15$$

$$x = 50 : 2$$

$$x = 25$$

b) $3x + 17 = 2$

$$3x = 2 - 17$$

$$x = (-15) : 3$$

$$x = -5$$

c) $|x - 1| = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$ hay $x = 1$.

119. a) $15.12 - 3.5.10 = 15.12 - 15.10 = 15(12 - 10) = 15.2 = 30$

b) $45 - 9(13 + 5) = 45 - 9.18 = 45 - 162 = -117$

c) $29(19 - 13) - 19(29 - 13) = 29.6 - 19.16 = 174 - 304 = -130$

120. a) Có 12 tích được tạo thành, đó là:

$$3.(-2); \quad 3.4; \quad 3(-6); \quad 3.8;$$

$$-5(-2); \quad -5.4; \quad -5.(-6); \quad -5.8$$

$$7.(-2); \quad 7.4; \quad 7.(-6); \quad 7.8$$

b) Có 6 tích lớn hơn 0, đó là:

$$3.4; 3.8; -5(-2); -5(-6); 7.4; 7.8$$

và 6 tích còn lại ở câu a) nhỏ hơn 0.

c) Có 6 tích là bội của 6, đó là:

$$3(-2); 3.4; 3(-6); 3.8; -5(-6); 7.(-6)$$

d) Có 2 tích là ước của 20, đó là: $-5.4; -5.(-2)$.

121. Trước hết có nhận xét: Do tích của ba số đứng liền nhau đều bằng 120 nên các số cách nhau hai ô đều bằng nhau. Ta điền các số 6 và -4 trước, sau đó điền các số -5, ta được kết quả như bảng sau:

-4	-5	6	-4	-5	6	-4	-5	6	-4	-5
----	----	---	----	----	---	----	----	---	----	----

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

1. *Chọn câu trả lời đúng.* Tập hợp các số nguyên bao gồm :
A. Các số tự nhiên khác 0 (kí hiệu là $\mathbb{N}^*$)
B. Các số tự nhiên (kí hiệu là $\mathbb{N}$)
C. Các số nguyên âm, các số nguyên dương và 0 (kí hiệu là $\mathbb{Z}$)
D. Các số nguyên dương và số 0 (kí hiệu là $\mathbb{Z}^*$).
2. *Chọn câu trả lời đúng.* Kết quả thực hiện phép tính : $A = (5^{40} \cdot 5^{45}) : 5^{83}$ là:
A. 5 B. 125 C. 25 D. 5^{168} .
3. *Chọn câu trả lời đúng.* Số các ước của số 250 là :
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9.
4. Cho các số nguyên x, y, z thoả mãn $x + 2006 = y + 2007 = z + 2008$. Câu trả lời đúng là :
A. $x > y > z$ B. $x > z > y$ C. $x < y < z$ D. $x = y = z$.
5. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $M = x - y$, trong đó x, y là hai số nguyên khác nhau từ 1 đến 2003. Giá trị nhỏ nhất của M là :
A. 1 B. -1 C. -2002 D. 2002.
6. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho x là ước của -20 với $x < -10$ và y là ước của 28 với $y > 14$. Tổng của x và y là :
A. 8 B. -48 C. 48 D. -8.
7. *Chọn câu trả lời sai.* Cho $x, y \in \mathbb{Z}$ và $M = 84x - 210y$. Ta có :
A. $M : 2$ B. $M : 3$ C. $M : 5$ D. $M : 7$.
8. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $x, y \in \mathbb{Z}$. Nếu x chia cho 5 dư 2 và y chia cho 5 dư 4 thì :
A. $x + y$ chia cho 5 dư 2 B. $x + y$ chia cho 5 dư 1
C. $x + y$ chia cho 5 dư 3 D. $x + y$ chia cho 5 dư 4.
9. *Chọn câu trả lời đúng.*
Có bao nhiêu số là bội của -3 hoặc 5, biết rằng các số đó lớn hơn -13 và nhỏ hơn 13.
A. 14 B. 13 C. 11 D. 12.
10. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $x \in \mathbb{Z}$. $(x + 5) : (x - 2)$
Tổng các giá trị nguyên của x là :
A. -8 B. 18 C. 8 D. -5.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

1. Chọn câu C.

2. $A = (5^{40} : 5^{45}) : 5^{83} = 5^2 = 25.$

Chọn câu C.

3. Phân tích số : 250 ra thừa số nguyên tố, ta được : $250 = 2.5^3.$

Theo lý thuyết, nếu $m = a^x.b^y$ thì m có $(x + 1)(y + 1)$ ước suy ra :

$$250 \text{ có } (1 + 1)(3 + 1) = 8 \text{ (ước).}$$

Chọn câu C.

4. Chọn câu A.

5. Khi x nhỏ nhất và y lớn nhất.

$$M = 1 - 2003 = -2002. \text{ Chọn câu C.}$$

6. $x < -10 \Rightarrow x = -20 ; y > 14 \Rightarrow y = 28.$

Chọn câu A.

7. $84 : 2 ; 3 ; 7 \Rightarrow 84x : 2 ; 3 ; 7.$

$$210 : 2 ; 3 ; 7 ; 5 \Rightarrow 210x : 2 ; 3 ; 7 ; 5.$$

Chọn câu C.

8. Đặt $x = 5a + 2$ ($a \in \mathbb{Z}$) ; $y = 5b + 4$ ($b \in \mathbb{Z}$).

$$\text{Ta có : } x + y = 5a + 2 + 5b + 4 = 5a + 5b + 5 + 1.$$

Chọn câu B.

9. Các số bội của -3 hoặc 5 trong khoảng từ -13 đến 13 là :

$$0 ; 3 ; -3 ; 6 ; -6 ; 9 ; -9 ; 12 ; -12 ; 5 ; -5 ; 10 ; -10.$$

Chọn câu B.

10. $x + 5 = (x - 2 + 7) \cdot (x - 2)$

$$\Rightarrow 7 : (x - 2) \Rightarrow x - 2 \text{ là ước của } 7$$

$$\Rightarrow (x - 2) \in \{1 ; -1 ; 7 ; -7\} \Rightarrow x \in \{3 ; 1 ; 9 ; -5\}.$$

Chọn câu C.

PHẦN HÌNH HỌC

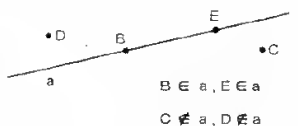
Chương I.

ĐOẠN THẲNG

§1. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Với một đường thẳng bất kì, có những điểm thuộc đường thẳng và có những điểm không thuộc đường thẳng ấy.



II. BÀI TẬP

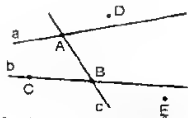
A. Bài tập mẫu

- Dùng các chữ cái in hoa và in thường để đặt tên cho các điểm và các đường thẳng ở hình vẽ sau.
- Điểm A thuộc những đường thẳng nào?
Điểm B thuộc những đường thẳng nào?
- Những đường thẳng nào đi qua điểm A?
Đường thẳng nào đi qua điểm C?
- Điểm B nằm trên những đường thẳng nào và không nằm trên những đường thẳng nào?



Bài giải

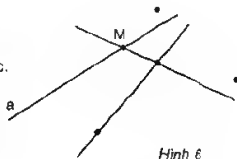
- Trong hình có 5 điểm, ta dùng năm chữ cái theo thứ tự A, B, C, D, E để đặt tên cho 5 điểm ấy.
Trong hình có ba đường thẳng, ta dùng ba chữ cái in thường, chẳng hạn a, b, c để đặt tên.
- Điểm A thuộc đường thẳng a và đường thẳng c. Điểm B thuộc đường thẳng c và đường thẳng b.



- c) Đường thẳng c và đường thẳng a đều đi qua điểm A. Chỉ có đường thẳng b đi qua điểm C.
- d) Điểm B nằm trên đường thẳng b và đường thẳng c và điểm B không nằm trên đường thẳng a.

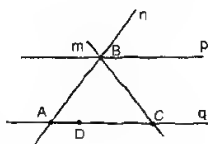
B. Bài tập căn bản

- Đặt tên cho các điểm và các đường thẳng còn lại ở hình 6.
- Vẽ ba điểm A, B, C và ba đường thẳng a, b, c.
- Xem hình 7 để trả lời các câu hỏi sau:



Hình 6

- Điểm A thuộc đường thẳng nào? Điểm B thuộc đường thẳng nào? Viết câu trả lời bằng ngôn ngữ thông thường và bằng kí hiệu.
- Những đường thẳng nào đi qua điểm B? Những đường thẳng nào đi qua điểm C? Ghi kết quả bằng kí hiệu.
- Điểm D nằm trên đường thẳng nào và không nằm trên đường thẳng nào? Ghi kết quả bằng kí hiệu.

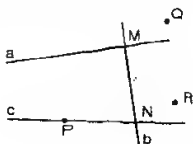


Hình 7

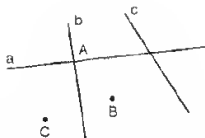
- Vẽ hình theo các cách diễn đạt bằng lời sau:
 - Điểm C nằm trên đường thẳng a.
 - Điểm B nằm ngoài đường thẳng b.
- Vẽ hình theo các kí hiệu sau: $A \in p$; $B \notin q$
- Cho đường thẳng m, điểm A thuộc đường thẳng m và điểm B không thuộc đường thẳng m.
 - Vẽ hình và viết kí hiệu.
 - Có những điểm khác điểm A mà cũng thuộc đường thẳng m không? Hãy vẽ hai điểm như thế và viết kí hiệu.
 - Có những điểm không thuộc đường thẳng m mà khác với điểm B không? Hãy vẽ hai điểm như thế và viết kí hiệu.
- Đố:** Hãy gấp một tờ giấy. Trải tờ giấy lên mặt bàn rồi quan sát xem nếp gấp có phải là hình ảnh một đường thẳng không?

Hướng dẫn

- Có thể đặt tên cho điểm, đường thẳng như sau:
 - Có năm điểm là M, N, P, Q, R
 - Có ba đường thẳng là a, b, c.



2. Vẽ hình vẽ như sau:



3. a) - Điểm A thuộc đường thẳng n và đường thẳng q.

Kí hiệu: $A \in n$; $A \in q$

- Điểm B thuộc đường thẳng m, n và p

Kí hiệu: $B \in m$; $B \in n$; $B \in p$

b) - $B \in m$; $B \in n$; $B \in p$

- $C \in m$, $C \in q$

c) $D \in q$; $D \notin m$; $D \notin n$; $D \notin p$

4. a)

b)

5. a)

b)

6. a)

Kí hiệu: $A \in m$; $B \notin m$

b) Có vô số điểm khác điểm A cũng thuộc đường thẳng m.

Ví dụ: Điểm C, D

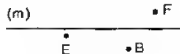
Kí hiệu: $C \in m$; $D \in m$



c) Có vô số điểm khác điểm B không thuộc đường thẳng m.

Ví dụ: Điểm E, F

Kí hiệu: $E \notin m$; $F \notin m$



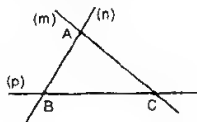
7. Học sinh tự làm.

C. Bài tập nâng cao

1. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua hai trong ba điểm ấy. Có bao nhiêu đường thẳng? Dùng các kí hiệu $\in$, $\notin$ để ghi rõ mỗi điểm đã cho thuộc hay không thuộc các đường thẳng đó.

Giải

- Có ba đường thẳng m, n, p đi qua điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Điểm $A \in m$; $A \in n$; $A \notin p$. Điểm $B \in n$, $B \in p$; $B \notin m$. Điểm $C \in m$; $C \in p$; $C \notin n$;

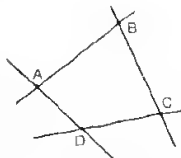


2. a) Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta kẻ một đường thẳng. Có bao nhiêu đường thẳng?
b) Cũng hỏi như câu a) nếu có 10 điểm? Có n điểm?

Giải

- a) Với bốn điểm A, B, C, D ta có:

Từ điểm A ta nối với ba điểm B, C, D ta được ba đường thẳng AB, AC, AD. Tương tự, từ B ta vẽ được ba đường thẳng BA, BC, BD. Từ C ta vẽ được ba đường thẳng CA, CB, CD và từ D ta vẽ được ba đường thẳng DA, DB, DC.



Như vậy, qua bốn điểm A, B, C, D ta vẽ được $4.3 = 12$ đường thẳng, trong đó mỗi đường thẳng vẽ hai lần.

Vậy có $12 : 2 = 6$ đường thẳng phân biệt đi qua 4 điểm A, B, C, D

- b) Với 10 điểm $A_1, A_2, \dots, A_{10}$:

Lí luận tương tự như trên. Từ $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ ta vẽ được $10.9 = 90$ đường thẳng, trong đó mỗi đường thẳng vẽ hai lần.

Vậy có $90 : 2 = 45$ đường thẳng đi qua 10 điểm $A_1, A_2, \dots, A_{10}$.

- c) Với n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$:

Lí luận tương tự: Từ điểm A_1 ta nối với $(n - 1)$ điểm còn lại, ta được $n - 1$ đường thẳng.

Do đó qua n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta vẽ được tất cả $n(n - 1)$ đường thẳng, trong đó mỗi đường thẳng vẽ hai lần.

Vậy qua n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta vẽ được $\frac{n(n - 1)}{2}$ đường thẳng phân biệt.

3. Chọn n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta kẻ một đường thẳng. Tính n biết rằng có tất cả 190 đường thẳng.

Giải

Áp dụng bài 2 câu c ta có: Qua n điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng ta vẽ được tất cả $\frac{n(n - 1)}{2} = 190$ đường thẳng.

Theo đề bài ta có: $\frac{n(n - 1)}{2} = 190 \Rightarrow n(n - 1) = 190.2 = 380 = 20.19$

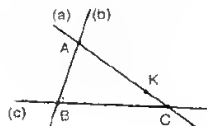
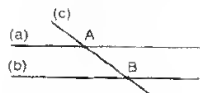
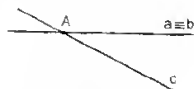
Vậy $n = 20$ (điểm).

4. Vẽ ba đường thẳng sao cho số giao điểm được tạo thành lần lượt là 0, 1, 2, 3.

Giải

Giả sử cho ba đường thẳng a, b, c

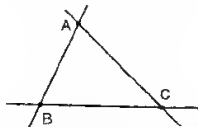
- * Nếu ba đường thẳng a, b, c không có giao điểm nào.
 Vậy ba đường thẳng a, b, c song song với nhau
- * Nếu ba đường thẳng a, b, c có một giao điểm thì có hai đường trùng nhau và đường còn lại cắt hai đường này tại A.
- * Nếu ba đường thẳng a, b, c có hai giao điểm thì hai trong ba đường đồng song song với nhau, đường còn lại cắt cả hai đường song song.
- * Nếu ba đường thẳng a, b, c có ba giao điểm thì ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một.



§2. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

1. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khi ba điểm A, B, C cùng thuộc một đường thẳng, ta nói chúng thẳng hàng.
2. Khi ba điểm A, B, C không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào, ta nói chúng không thẳng hàng.



3. Qua ba điểm thẳng hàng, có một điểm và chỉ có một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

II. BÀI TẬP

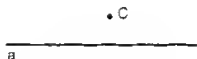
A. Bài tập mẫu

Vẽ hình theo cách diễn đạt bằng lời sau đây:

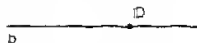
- Điểm C nằm ngoài đường thẳng a;
- Điểm D nằm trên đường thẳng b;
- Đường thẳng a đi qua 2 điểm A và B;
- Ba điểm M, N, P thẳng hàng;
- Ba điểm P, Q, R không thẳng hàng;

Bài giải

- a) Ta vẽ đường thẳng a và lấy điểm C nằm ngoài đường thẳng a.



- b) Vẽ đường thẳng b. Trên đường thẳng b, ta lấy điểm D, như vậy điểm D nằm trên đường thẳng b.

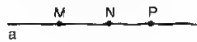


- c) Vẽ đường thẳng a. Trên đường thẳng a, ta lấy hai điểm A và B, như vậy đường thẳng a đi qua hai điểm A, B.

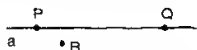


(Hoặc cho trước hai điểm A và B ($A \neq B$). Qua hai điểm A và B ta vẽ được một đường thẳng duy nhất, đặt tên đường thẳng đó là đường thẳng a).

- d) Vẽ đường thẳng a. Trên đường thẳng a, ta lấy ba điểm M, N, P (không trùng nhau), như vậy ba điểm M, N, P thẳng hàng.

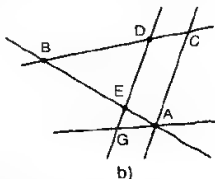
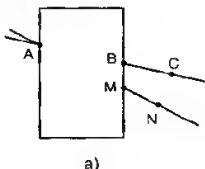


- e) Vẽ đường thẳng a. Trên đường thẳng a, ta lấy hai điểm P, Q và lấy $R \notin a$.



B. Bài tập căn bản

8. Ở hình a thì ba điểm A, B, C hay ba điểm A, M, N thẳng hàng? Lấy thước thẳng để kiểm tra.



9. Xem hình b và gọi tên: a) Tất cả các bộ ba điểm thẳng hàng.
b) Hai bộ ba điểm không thẳng hàng.

10. /ê: a) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.
b) Ba điểm C, E, D thẳng hàng sao cho điểm E nằm giữa điểm C và D.
c) Ba điểm T, Q, R không thẳng hàng.

11. Xem hình bên điền vào chỗ trống trong các phát biểu sau:

- a) Điểm ... nằm giữa hai điểm M, N.
b) Hai điểm R, N nằm ... đối với M.
c) Hai điểm ... nằm khác phía đối với ...



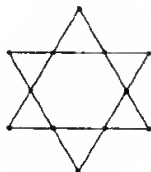
12. Xem hình bên, gọi tên điểm :

- a) Nằm giữa hai điểm M, P.
b) Không nằm giữa hai điểm N, Q.
c) Nằm giữa hai điểm M, Q.



13. Vẽ hình theo cách diễn đạt bằng lời sau:

- a) Điểm M nằm giữa A, B và điểm N không nằm giữa A, B (ba điểm N, A, B thẳng hàng).
b) Điểm B nằm giữa A, N và điểm M nằm giữa A, B



14. **Đố:** Trên hình bên, ta trồng được 12 cây thành 6 hàng, mỗi hàng 4 cây. Hãy vẽ sơ đồ trồng 10 cây mà được 5 hàng, mỗi hàng 4 cây.

Hướng dẫn

8. Học sinh tự làm.

9. Ba điểm B, D, C; B, E, A; G, E, D thẳng hàng.

Ba điểm G, E, A; G, A, C; G, E, B; E, B, D; ... không thẳng hàng.

10. Học sinh tự làm.

11. a) Điểm R nằm giữa hai điểm M và N.



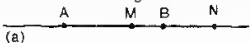
- b) Hai điểm R và N nằm cùng phía đối với điểm M.
c) Hai điểm M và N nằm khác phía đối với R.

12. a) Điểm N nằm giữa hai điểm M và P.

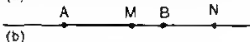
- b) Điểm M không nằm giữa hai điểm N và Q.
c) Điểm N và P nằm giữa hai điểm M và Q.



13. a)



b)



14. Vẽ ngôi sao năm cánh. Ta trồng 10 cây 5 hàng, mỗi hàng 4 cây theo hình vẽ.

C. Bài tập nâng cao

4. Vẽ bốn điểm A, B, C, E sao cho điểm B ở giữa hai điểm A và C. Nhìn hình vẽ trả lời điểm E ở giữa hai điểm nào?

Điểm E không ở giữa hai điểm nào?

Giải



Theo đề bài ta có hình vẽ bên:

Điểm E nằm giữa hai điểm A và B; A và C.

- Điểm E không nằm giữa hai điểm B và C.

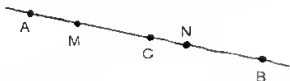
5. Vẽ điểm C ở giữa hai điểm A và B; điểm M ở giữa hai điểm A và C; điểm N nằm giữa hai điểm C và B. Nhìn hình vẽ trả lời điểm C ở giữa hai điểm nào?

Giải

Theo đề bài ta có hình vẽ bên:

Ta có điểm C nằm giữa hai điểm

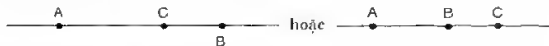
A và B; M và B; M và N; N và A.



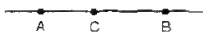
6. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại nếu A không nằm giữa hai điểm còn lại, B không nằm giữa hai điểm còn lại?

Giải

Vì A không nằm giữa hai điểm B và C nên C ở giữa A và B hoặc B ở giữa A và C (1)



Vì B không ở giữa hai điểm A và C (2). Từ (1) và (2) suy ra điểm C ở giữa hai điểm A và B.



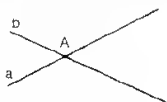
§3. ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM

I. TÒM TẮT LÍ THUYẾT

- 1 Có một đường thẳng và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B phân biệt cho trước.



2. Hai đường thẳng không trùng nhau còn được gọi là hai đường thẳng phân biệt. Hai đường thẳng phân biệt hoặc chỉ có một điểm chung hoặc không có điểm chung nào.



II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

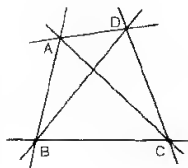
Lấy 4 điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm trên. Có bao nhiêu đường thẳng tất cả? Đó là những đường thẳng nào?

Bài giải

Ta lần lượt nối điểm A với ba điểm B, C, D ta có 3 đường thẳng là AB, AC, AD.

Tiếp tục qua điểm B ta nối với hai điểm còn lại là A, D ta được thêm hai đường thẳng là BC và BD (không qua A).

Qua điểm C và điểm D còn lại ta vẽ đường thẳng CD (không qua A, B). Vậy ta có tất cả $3 + 2 + 1 = 6$ đường thẳng phân biệt đó là: AB, BC, CD, DA, AC và BD.



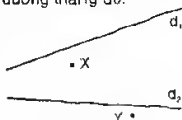
B. Bài tập căn bản

15. Quan sát hình bên và cho biết những nhận xét sau đúng hay sai:

- Có nhiều đường "không thẳng" đi qua hai điểm A, B.
- Chỉ có một đường thẳng đi qua hai điểm A, B.



16. a) Tại sao không nói: "Hai điểm thẳng hàng"?
 b) Cho ba điểm A, B, C trên trang giấy và một thước thẳng (không chia khoảng). Phải kiểm tra như thế nào để biết được ba điểm đó có thẳng hàng hay không?
17. Lấy bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Có tất cả bao nhiêu đường thẳng? Đó là những đường thẳng nào?
18. Lấy bốn điểm M, N, P, Q trong đó ba điểm M, N, P thẳng hàng và điểm Q nằm ngoài đường thẳng trên. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Có bao nhiêu đường thẳng (phân biệt)? Viết tên các đường thẳng đó.
19. Vẽ lại hình bên. Tìm điểm Z trên đường thẳng d_1 và điểm T trên đường thẳng d_2 sao cho X, Z, T thẳng hàng Y, Z, T thẳng hàng.
20. Vẽ hình theo các cách diễn đạt bằng lời sau:
 a) M là giao điểm hai đường thẳng p và q.
 b) Hai đường thẳng m và n cắt nhau tại A, đường thẳng p cắt n tại B và cắt m tại C.
 c) Đường thẳng MN và đường thẳng PQ cắt nhau tại O.
21. Xem hình rồi điền vào chỗ trống:



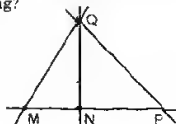
- a)  2 đường thẳng
1 giao điểm
- b)  3 đường thẳng
... giao điểm
- c)  ... đường thẳng
... giao điểm
- d)  ... đường thẳng
... giao điểm

Hướng dẫn

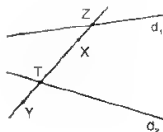
15. a) đúng
 b) đúng



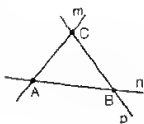
16. a) Bao giờ cũng có đường thẳng đi qua hai điểm cho trước
 b) Vẽ đường thẳng đi qua hai trong ba điểm cho trước rồi quan sát xem đường thẳng đó có đi qua điểm thứ ba hay không?
17. Có sáu đường thẳng đi qua bốn điểm A, B, C, D đó là:
 AB, BC, CD, DA, AC, và BD.



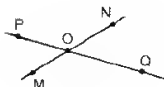
18. Có bốn đường thẳng phân biệt đi qua 4 điểm M, N, P, Q trong đó M, N, P thẳng hàng. Đó là QM, QN, QP, và MNP.
19. Vẽ đường thẳng XY. Đường thẳng XY cắt d_1 tại một điểm đó là điểm Z, cắt d_2 tại một điểm đó là điểm T thỏa mãn điều kiện X, Z, T và Y, Z, T thẳng hàng.
- 20.



a)



b)



c)

21. Ta thấy:



a) Hai đường thẳng
1 giao điểm



b) Ba đường thẳng
3 giao điểm



c) Bốn đường thẳng
6 giao điểm



d) Năm đường thẳng
10 giao điểm

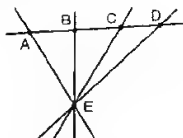
C. Bài tập nâng cao

7. Vẽ năm điểm A, B, C, D, E sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng; ba điểm B, C, D thẳng hàng; ba điểm B, C, E không thẳng hàng.

Giải

- a) Vì sao bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường thẳng.

- Qua hai điểm A, C phân biệt ta vẽ được đường thẳng AC. Vì ba điểm A, B, C thẳng hàng A, B, C thuộc đường thẳng AC.
- Qua hai điểm B, D phân biệt ta vẽ được đường thẳng BD. Vì ba điểm B, C, D thẳng hàng nên B, C, D thuộc đường thẳng BD (2)



Hai đường thẳng AC và BD có hai điểm chung B và C. Vậy AC và BD trùng nhau.

Vậy bốn điểm A, B, C, D cũng nằm trên một đường thẳng.

b) Có bao nhiêu đường thẳng qua năm điểm A, B, C, D, E.

Qua bốn điểm A, B, C, D ta có một đường thẳng duy nhất. Từ E nối với bốn điểm A, B, C, D ta được thêm bốn đường thẳng.

Vậy qua năm điểm A, B, C, D, E ta vẽ được năm đường (thẳng) phân biệt.

8. Qua bốn điểm A, B, C, D. Ta có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng đi qua ít nhất hai trong các điểm đó?

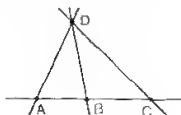
Giải

Ta phân biệt các trường hợp:

- Nếu bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng



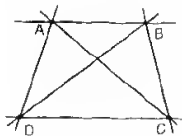
- Trong bốn điểm A, B, C, D giả sử có ba điểm A, B, C thẳng hàng ta vẽ được bốn đường thẳng.



- Trong bốn điểm A, B, C, D không có ba điểm nào thẳng hàng thì ta vẽ được:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6 \text{ (đường thẳng)}$$

(Xem câu c bài tập 2 nâng cao ở §1)



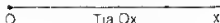
§4. THỰC HÀNH

(Học sinh tự làm)

§5. TIA

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O được gọi là một tia gốc O (còn được gọi là một nửa đường thẳng gốc O).



2. Hai tia chung gốc Ox và Oy tạo thành đường thẳng xy được gọi là hai tia đối nhau.



3. Hai tia trùng nhau: Tia Ax và AB là hai tia trùng nhau.



II. BÀI TẬP

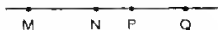
A. Bài tập mẫu

Trên đường thẳng a lấy bốn điểm M, N, P, Q . Hãy trả lời các câu hỏi sau:

- a) Trong số những tia MN, NM, NP, NO, MP, MQ những tia nào trùng nhau?
- b) Trong những tia MN, NM, MP có những tia nào đối nhau không?
- c) Nêu tên hai tia chung gốc P đối nhau.

Bài giải

- a) Xét riêng những tia cùng gốc M , ta được những tia trùng nhau là MN, MP, MQ .



- Những tia cùng gốc N , ta có những tia trùng nhau là NP, NQ .

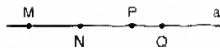
- b) Ta chỉ xét hai tia chung gốc đó là: PN và PQ (hoặc $PM \sim PQ$) đối nhau.
- c) Hai tia chung gốc P đối nhau có thể là PN và PQ .

B. Bài tập căn bản

22. Điền vào chỗ trống các phát biểu sau:

- a) Hình tạo bởi điểm O và một phần đường thẳng bị chia bởi điểm O là một...
- b) Điểm R bất kì nằm trên đường thẳng xy là góc chung của ...
- c) Nếu điểm A nằm giữa hai điểm B, C thì:
 - Hai tia ... đối nhau.
 - Hai tia CA và ... trùng nhau.
 - Hai tia BA, BC ...

23. Trên đường thẳng a lấy bốn điểm M, N, P, Q như hình bên đó. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

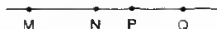


- Trong các tia MN, MP, MQ, NP, NQ thì những tia nào trùng nhau?
 - Trong các tia MN, NM, MP có những tia nào đối nhau không?
 - Nêu hai tia gốc P đối nhau.
24. Cho hai tia Ox, Oy đối nhau, điểm A thuộc tia Ox , các điểm B, C thuộc tia Oy (B nằm giữa O và C). Hãy kể tên:
- Tia trùng với tia BC .
 - Các tia là tia đối của tia BC .
25. Cho hai điểm A, B hãy vẽ:
- Đường thẳng AB ;
 - Tia AB ;
 - Tia BA .

Bài giải

22. a) Hình tạo bởi điểm O và một phần đường thẳng bị chia bởi điểm O là một tia gốc O .
- b) Điểm R bất kì nằm trên đường thẳng xy là gốc chung của hai tia đối nhau.
- c) Nếu điểm A nằm giữa hai điểm B, C thì:
- Hai tia AB và AC đối nhau.
 - Hai tia CA và CB trùng nhau.
 - Hai tia BA và BC trùng nhau.

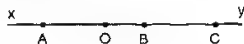
23. a) Tia MN, MP, MQ là các tia trùng nhau



- Trong ba tia MN, NM, MP không có cặp tia nào đối nhau.
- Hai tia gốc P đối nhau là PN và PQ hoặc PM và PQ .

24. a) Tia trùng với tia BC là By .

- b) Các tia đối của tia BC là BO, BA, Bx .



25. a)

- b)

- c)

C. Bài tập nâng cao

9. Điền vào chỗ trống:

- Nếu hai tia AB và AC đối nhau cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng thì điểm ... ở giữa hai điểm ... và ...
- Nếu điểm A ở giữa hai điểm B và C thì ...

- * Các tia ... và ... đối nhau.
- * Các tia BA và ... trùng nhau.
- * Các tia CA và ... trùng nhau



Giải

Điền lần lượt như sau:

a) A ... B và C

b) * AB và AC

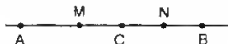
* BA và BC

* CA và CB

10. Điểm C ở giữa hai điểm A và B, điểm M ở giữa hai điểm A và C, điểm N ở giữa hai điểm C và B.
- a) Tia CM trùng với tia nào? Tại sao?
 - b) Tia CN trùng với tia nào? Tại sao?

Giải

- a) Tia CM trùng với tia CA vì hai tia có chung gốc C và ba điểm C, M, A thẳng hàng.
- b) Tia CN trùng với tia CB. Vì hai tia có chung gốc C và ba điểm C, N, B thẳng hàng.



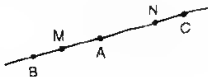
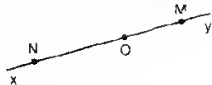
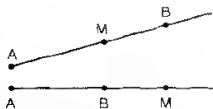
Luyện tập

26. Vẽ tia AB. Lấy điểm M thuộc tia AB, hỏi:
- a) Hai điểm B, M nằm cùng phía đối với điểm A hay nằm khác phía đối với điểm A?
 - b) Điểm M nằm giữa hai điểm A, B hay điểm B nằm giữa A, M?
27. Điền vào chỗ trống các phát biểu sau:
- a) Tia AB là hình gồm điểm A và tất cả các điểm nằm cùng phía với B đối với ...
 - b) Hình tạo bởi điểm A và phần đường thẳng chứa tất cả các điểm cùng phía đối với A là một tia gốc ..
28. Vẽ đường thẳng xy. Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Lấy điểm M thuộc tia Oy. Lấy điểm N thuộc tia Ox.
- a) Viết tên hai tia đối nhau gốc O.
 - b) Trong ba điểm M, O, N thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?
29. Cho hai tia đối nhau AB và AC.
- a) Gọi M là một điểm thuộc tia AB. Trong ba điểm M, A, C thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

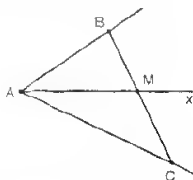
- b) Gọi N là một điểm thuộc tia AC . Trong ba điểm N, A, B thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?
30. Điền vào chỗ trống các phát biểu sau:
Nếu điểm O nằm trên đường thẳng xy thì:
- Điểm O là gốc chung của ...
 - Điểm ... nằm giữa một điểm bất kì khác O của tia Ox và một điểm bất kì khác O của tia Oy .
31. Lấy ba điểm không thẳng hàng A, B, C . Vẽ hai tia AB, AC .
- Vẽ tia Ax cắt đường thẳng BC tại điểm M nằm giữa B, C .
 - Vẽ tia Ay cắt đường thẳng BC tại điểm N không nằm giữa B, C .
32. Trong các câu sau đây, em hãy chọn câu đúng:
- Hai tia Ox, Oy chung gốc thì đối nhau.
 - Hai tia Ox, Oy cùng nằm trên một đường thẳng thì đối nhau.
 - Hai tia Ox, Oy tạo thành đường thẳng xy thì đối nhau.

Bài giải

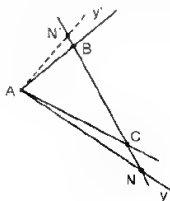
26. a) Hai điểm B và M nằm cùng phía đối với điểm A vì điểm A là gốc của tia AB .
- b) Điểm M có thể nằm giữa hai điểm A và B hoặc điểm B nằm giữa hai điểm A và M vì tia AB dài vô tận về phía điểm B .
27. a) Tia AB là hình gồm điểm A và tất cả các điểm nằm cùng phía với B đối với điểm A .
- b) Hình tạo bởi điểm A và một đường thẳng chứa tất cả các điểm cùng phía đối với A là một tia gốc A .
28. a) Hai tia đối nhau gốc O có thể là: tia Ox và Oy ; tia OM và ON ; tia OM và tia Ox ; tia ON và Oy .
- b) Trong ba điểm M, O, N thì điểm O nằm giữa hai điểm M và N .
29. a) Theo đề bài ta có điểm A nằm giữa hai điểm M và C .
- b) Theo đề bài ta có điểm A nằm giữa hai điểm N và B .
30. a) Điểm O là gốc chung của hai tia Ox và Oy .
- b) Điểm O nằm giữa một điểm bất kì khác O của tia Ox và một điểm bất kì khác O của tia Oy .



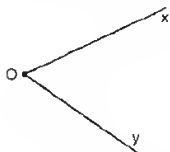
31. a) M nằm trong BC



b) N hoặc N' nằm ngoài BC



32. a) Câu a) sai. Ví dụ: Hai tia Ox , Oy chung góc O nhưng không là hai tia đối nhau



b) Câu b) sai. Ví dụ: Hai tia Ox , Oy cùng nằm trên một đường thẳng không phải là hai tia đối nhau. (Trường hợp đặc biệt tia Ox trùng với tia Oy).



c) Câu c) đúng.



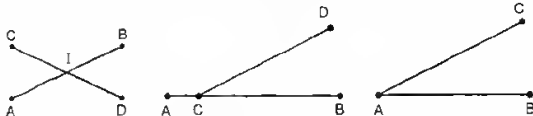
§6. ĐOẠN THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đoạn thẳng AB là hình gồm hai điểm A, B và tất cả các điểm nằm giữa hai điểm A, B.



2. Khi hai đoạn thẳng chỉ có một điểm chung, ta nói chúng cắt nhau.

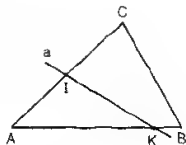


II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Cho ba đoạn thẳng AB, BC, CA và đường thẳng a như hình vẽ. Hãy trả lời các câu hỏi sau đây:

- Đường thẳng a có đi qua đầu mút của một đoạn thẳng nào không?
- Đường thẳng a cắt đoạn thẳng nào?
- Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào?



Bài giải

- Đường thẳng a không đi qua đầu mút của đoạn thẳng nào trong ba đoạn thẳng AB, BC, CA.
- Đường thẳng a cắt đoạn thẳng AC tại I và cắt AB tại K.
- Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng BC.

B. Bài tập cần bản

33. Điền vào chỗ trống các phát biểu sau:

- Hình gồm hai điểm ... và tất cả các điểm nằm giữa ... được gọi là đoạn thẳng RS, kí hiệu là ...

Hai điểm ... được gọi là hai mút của đoạn thẳng RS.

- Đoạn thẳng PQ là hình gồm ...

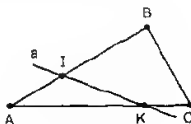
34. Trên đường thẳng a lấy ba điểm A, B, C. Hỏi có mấy đoạn thẳng tất cả? Hãy gọi tên các đoạn thẳng ấy.

35. Gọi M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB, điểm M nằm ở đâu? Em hãy chọn câu trả lời đúng.

- Điểm M phải trùng với điểm A.
- Điểm M phải nằm giữa A và B.
- Điểm M phải trùng với điểm B.
- Điểm M hoặc trùng với A, hoặc nằm giữa A, B, hoặc trùng với B.

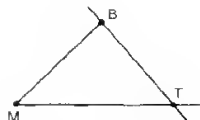
36. Xét ba đoạn thẳng AB, BC, CA trên hình và trả lời các câu hỏi sau:

- Đường thẳng a có đi qua mút của đoạn thẳng nào không?
- Đường thẳng a cắt những đoạn thẳng nào?
- Đường thẳng a không cắt những đoạn thẳng nào?

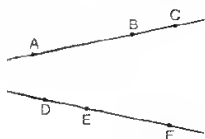


37. Lấy ba điểm không thẳng hàng A, B, C. Vẽ hai tia AB, AC sau đó vẽ tia Ax cắt đoạn thẳng BC tại điểm K nằm giữa B, C.

38. Vẽ lại hình bên rồi tô đoạn thẳng EM. Tia MT, tò đường thẳng BT bằng ba màu khác nhau.



39. Vẽ hình bên vào vở rồi vẽ tiếp các đoạn thẳng AE, BD cắt nhau tại I. Vẽ các đoạn thẳng AF, CD cắt nhau tại K. Vẽ các đoạn thẳng BF, CE cắt nhau tại L. Kiểm tra các điểm I, K, L có thẳng hàng hay không.



Hướng dẫn

33. a) Hình gồm hai điểm R, S và tất cả các điểm nằm giữa R, S được gọi là đoạn thẳng RS. Hai điểm R và S được gọi là hai mút của đoạn thẳng RS.

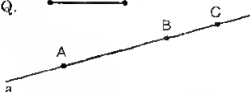


- b) Đoạn thẳng PQ là hình gồm điểm P, điểm Q và tất cả các điểm nằm giữa PQ.



34. Có tất cả ba đoạn thẳng Đó là:

AB, BC, AC.

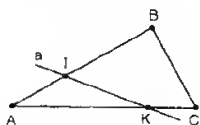


35. Câu d đúng.

36. a) Đường thẳng a không đi qua mút của đoạn thẳng nào?

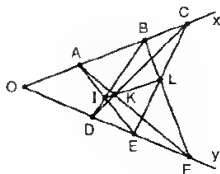
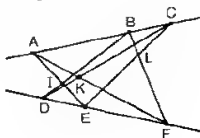
- b) Đường thẳng a cắt đoạn thẳng AB tại I và cắt đoạn thẳng AC tại K.

- c) Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng BC.



38. Học sinh tự làm

39. Qua các hình vẽ, ta nhận thấy ba điểm I, K, L thẳng hàng.

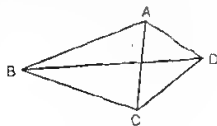


C. Bài tập nâng cao

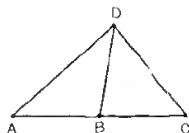
11. a) Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng.
Cứ qua hai điểm ta kẻ một đường thẳng. Kể tên các đoạn thẳng trên hình vẽ.
b) Cũng hỏi như câu a) nếu bỏ điều kiện "không có ba điểm nào thẳng hàng"

Giải

- a) Nếu không có ba điểm nào thẳng hàng ta vẽ được sáu đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, AC và BD.
- b) Bỏ điều kiện "không có ba điểm thẳng hàng" thì có hai khả năng mới xảy ra:
- Bốn điểm thẳng hàng: ta chỉ vẽ được một đường thẳng duy nhất.



- Nếu có ba điểm thẳng hàng: Ta chỉ vẽ được bốn đường thẳng, đó là: AB trùng AC; DA; DB và DC.



12. Cho n điểm ($n \geq 2$). Cứ qua hai điểm ta vẽ một đoạn thẳng:

- a) Có bao nhiêu đoạn thẳng?
b) Tính n biết rằng có tất cả 105 đoạn thẳng.

Giải

(Hướng dẫn: Xem lại câu c) bài tập số 2 mục §1)

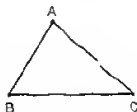
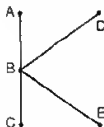
- a) Tổng quát: Giả sử trong n điểm ($n \geq 2$) không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đoạn thẳng đi qua n điểm được tính theo công thức:

$$\text{Số đoạn thẳng} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ với } n \text{ là số điểm.}$$

- b) Theo đề bài ta có: $105 = \frac{n(n-1)}{2}$ hay $n(n-1) = 105 \cdot 2 = 210 = 15 \cdot 14$

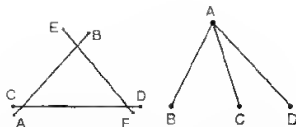
Vậy $n = 14$ (điểm)

13. Vẽ ba đoạn thẳng sao cho mỗi đoạn thẳng cắt đúng hai đoạn thẳng khác.



Giải

Ta có thể vẽ ba đoạn thẳng như hình bên:



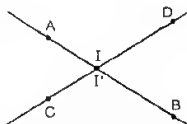
14. Cho các đoạn thẳng AB và CD trong đó đường thẳng AB cắt đoạn thẳng CD, đường thẳng CD cắt đoạn thẳng AB. Chứng tỏ rằng các đoạn thẳng AB và CD cắt nhau.

Giải

Giả sử đường thẳng AB cắt đoạn thẳng CD tại I thì I là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD.

Giả sử I' là giao điểm của đường thẳng CD và đoạn thẳng AB thì I' là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD.

Vì hai đường thẳng AB và CD phân biệt nên chúng chỉ cắt nhau tại một điểm duy nhất nên I' trùng với I. Như vậy I thuộc cả hai đoạn thẳng AB và CD mà hai đoạn thẳng này thuộc hai đoạn thẳng khác nhau, do đó đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại I.



§7. ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

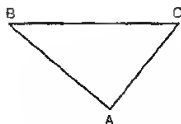
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Vẽ mỗi đoạn thẳng có độ dài xác định lớn hơn 0.
- So sánh hai đoạn thẳng:
 - Hai đường thẳng AB và CD gọi là bằng nhau. Nếu độ dài của chúng bằng nhau.
 - Đoạn thẳng AB lớn hơn đoạn thẳng CD ($AB > CD$) nếu độ dài đoạn thẳng AB lớn hơn độ dài đoạn thẳng CD, ngược lại đoạn thẳng CD bé hơn đoạn thẳng AB ($CD < AB$).

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

So sánh các đoạn thẳng AD, BC, CA trên hình vẽ và sắp xếp độ dài của chúng theo thứ tự từ bé đến lớn.



Bài giải

Dùng thước lần lượt đo các đoạn thẳng AB, BC, CA ta được:

$$AB = 4\text{cm}, BC = 5\text{cm}, CA = 3,5\text{cm}$$

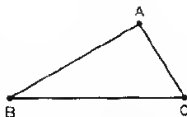
So sánh độ dài của chúng ta được: $CA < AB < BC$

B. Bài tập cần làm

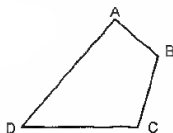
40. Đo độ dài một số dụng cụ học tập (bút chì, thước kẻ, hộp bút...)
41. Đo kích thước của nền nhà lớp học (hoặc bảng, hoặc bàn giáo viên....) rồi điền vào chỗ trống:
Chiều dài:; Chiều rộng:
42. So sánh hai đoạn thẳng AB và AC trong hình a). Rồi đánh dấu bằng nhau cho các đoạn thẳng bằng nhau.
43. Sắp xếp độ dài các đoạn thẳng AB, BC, CA trong hình b) theo thứ tự tăng dần.



(a)



(b)



(c)

44. a) Sắp xếp độ dài đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong hình c) theo thứ tự giảm dần.
b) Tính chu vi hình ABCD (tức tính $AB + BC + CD + DA$).
45. Nhìn hình a, b đoán xem hình nào có chu vi lớn hơn? Hãy kiểm tra dự đoán bằng các phép đo cần thiết.



(a)



(b)

Hướng dẫn

42. Hình (a): $AB = AC$ (hình bên).

43. Hình (b): $AC < AB < BC$

44. Hình (c): a) $AD > DC > BC > AB$

$$\text{b) } AB + BC + CD + DA = 1,2 + 1,5 + 2,5 + 3 = 8,2 \text{ (cm)}$$

45. Hình (b) có chu vi lớn hơn hình (a).



C. Bài tập nâng cao

1. Vẽ tam giác ABC. Hãy so sánh $AB + AC$ và BC .

Hướng dẫn

Dùng thước thẳng để đo rồi so sánh.

2. Cho hai đường thẳng AB và CD. Hãy giải thích vì sao ta có:

a) $AB + CD > AB$;

b) $AB - CD < AB$ (với $AB > CD$)

Hướng dẫn

Vì $AB, CD > 0$ và $AB > CD$ nên: $AB + CD > AB$; $AB - CD < AB$

§8. KHI NÀO THÌ $AM + MB = AB$?

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- a) Cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì $AM + MB = AB$. Ngược lại, nếu $AM + MB = AB$ thì M nằm giữa hai điểm A và B.



- b) Nếu điểm M không nằm giữa hai điểm A và B thì $AM + MB > AB$.



II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Cho ba điểm thẳng hàng M, A, B. Biết $AB = 2\text{cm}$, $AM = 3\text{cm}$.

- a) Tính $AM + BM$;

- b) So sánh $AM + MB$ với AB .

Bài giải

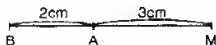
- a) Trường hợp 1: A nằm giữa B và M:

Nếu A nằm giữa B và M thì:

$$BA + AM = BM \text{ hay } BM = 2 + 3 = 5 \text{ (cm)}$$

Vậy $AM + BM = 3 + 5 = 8 \text{ (cm)}$

Suy ra $AM + BM > AB$ (vì $8 > 2$)



- b) Trường hợp 2: B nằm giữa A và M

nếu B nằm giữa A và M

thì $AB + BM = AM \Rightarrow BM = AM - AB = 3 - 2 = 1 \text{ (cm)}$

Vậy $AM + MB = 3 + 1 = 4 \text{ (cm)}$



* Trường hợp M nằm giữa A và B không thể xảy ra vì nếu như vậy thì $AM + MB = AB$ hay $3 + MB = 2$, suy ra $MB = 2 - 3$ (vô lý)!

Vậy ta luôn luôn có: $AM + MB > AB$.

B. Bài tập căn bản

46. Gọi N là một điểm của đoạn thẳng IK. Biết $IN = 3\text{cm}$, $NK = 6\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng IK.
47. Gọi M là một điểm của đoạn thẳng EF. Biết $EM = 4\text{cm}$, $EF = 8\text{cm}$. So sánh hai đoạn thẳng EM và FM.
48. Em Hà có sợi dây dài 1,25m, em dùng sợi dây đó đo chiều rộng của lớp học. Sau 4 lần căng dây đo thì khoảng cách giữa đầu dây và mép tường còn lại bằng $\frac{1}{5}$ độ dài sợi dây. Hỏi chiều rộng của lớp học.

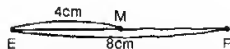
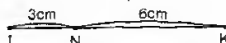


49. Gọi M và N là hai điểm nằm giữa hai đầu đoạn thẳng AB. Biết rằng $AN = MB$. So sánh AM và BN. Xét cả hai trường hợp sau (hình bên).
50. Cho ba điểm V, A, T thẳng hàng. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại nếu: $TV + VA = TA$.
51. Trên một đường thẳng, hãy vẽ ba điểm V, A, T sao cho $TA = 1\text{cm}$, $VA = 2\text{cm}$, $VT = 3\text{cm}$. Hỏi điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?
52. **Đố:** Quan sát hình bên và cho biết nhận xét sau đúng hay sai:
Đi từ A đến B thì đi theo đoạn thẳng là ngắn nhất.



Hướng dẫn

46. Vì N là một điểm thuộc đoạn thẳng IK nên điểm N nằm giữa I và K, ta có:
 $IN + NK = IK$
 Hay $IK = 3 + 6 = 9\text{ (cm)}$
 Vậy $IK = 9\text{ cm}$.
47. Vì M là một điểm thuộc đoạn thẳng EF nên điểm M nằm giữa hai điểm E và F, ta có:
 $EM + MF = EF \Rightarrow MF = EF - EM$
 Hay $MF = 8 - 4 = 4\text{ (cm)}$
 Vậy $EM = MF (= 4\text{ cm})$.
48. Gọi A, B là hai điểm mút của bề rộng lớp học. Gọi M, N, P, Q là các điểm trên cạnh mép bề rộng lớp học lần lượt trùng với đầu sợi dây khi liên tiếp căng sợi dây để đo bề rộng lớp học.
 Theo đầu bài, ta có: $AM + MN + NP + PQ + QB = AB$
 Vì $AM = MN = NP = PQ = 1,25\text{ (m)}$
 $QB = \frac{1}{5} \times 1,25 = 0,25\text{ (m)}$
 Do đó: $AB = 5,25\text{ m}$.



49. Trường hợp a)

Vì M nằm giữa A và B, ta có:

$$AM + MB = AB \Rightarrow AM = AB - MB = AB - AN \text{ (do } AN = MB) \\ = BN$$

Vậy $AM = BN$

Trường hợp b)

Vì N nằm giữa A và B ta có:

$$AN + NB = AB \Rightarrow NB = AB - AN$$

$$\text{Hay } NB = AB - BM \text{ (do } AN = BM) \\ = AM$$

Vậy $BN = AM$



50. Ba điểm V, A, T thẳng hàng. Nếu $TV + VA = TA$ thì điểm V nằm giữa hai điểm T và A.

51. Trên đường thẳng a, ta lấy đoạn thẳng $TA = 1\text{cm}$, lấy tiếp đoạn $VA = AV = 2\text{cm}$, khi đó ta được đoạn $VT = 3\text{cm}$.

Ta có: $TA + AV = TV = VT$

Vậy điểm A nằm giữa hai điểm T và V.



52. Đi theo đoạn thẳng là đúng

C. Bài tập nâng cao

15. Cho đoạn thẳng AB có độ dài 13cm, điểm M nằm ở giữa A và B. Biết rằng $MA - MB = 5\text{cm}$. Tìm độ dài các đoạn thẳng MA, MB

Giải

Vì M nằm giữa hai điểm A và B nên: $AM + MB = AB$

$$\text{Hay } AM + MB = 13 \quad (1)$$

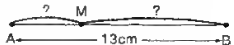
$$\text{Vì } MB - MA = 5 \Rightarrow MB = MA + 5 \quad (2)$$

$$\text{Thay vào (1) ta có: } AM + AM + 5 = 13$$

$$\text{Hay } 2AM = 13 - 5 = 8 \Rightarrow AM = 4(\text{cm})$$

$$\text{Thay } AM = 4(\text{cm}) \text{ vào (2) ta được: } MB = 4 + 5 = 9(\text{cm})$$

$$\text{Vậy } AM = 4\text{cm}; MB = 9\text{cm}.$$



16. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Trong ba điểm A, B, C điểm nào nằm ở giữa hai điểm còn lại nếu:

a) Với $AC = 1\text{cm}$; $CB = 2\text{cm}$ và $AB = 3\text{cm}$

b) Với $AC = 1\text{cm}$; $CB = 4\text{cm}$ và $AB = 3\text{cm}$.

Giải

$$\text{a) Ta có: } AC + CB = 1 + 2 = 3\text{cm} = AB$$

Vậy điểm C nằm giữa hai điểm A và B.

$$\text{b) Ta có: } AC + CB = 1 + 4 = 5\text{cm} > AB$$

Vậy điểm C không nằm giữa hai điểm A và B.

17. Điểm B nằm giữa hai điểm A và C sao cho $AC = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$.

a) Tính độ dài AB?

b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $DB = 5\text{cm}$.

Chứng tỏ rằng $AB = CD$.

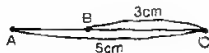
Giải

a) Tính độ dài AB. Vì B nằm giữa A và C nên hai điểm

$$AB + BC = AC \Rightarrow AB = AC - BC$$

$$\text{Hay } AB = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\text{Vậy } AB = 2 \text{ cm. (1)}$$

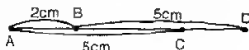


b) Chứng minh $AB = CD$ vì C nằm giữa B và D nên:

$$BC + CD = BD \Rightarrow CD = BD - BC$$

$$\text{Hay } CD = 5 - 3 = 2 \text{ (cm) (2)}$$

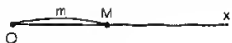
$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } AB = CD = 2\text{cm.}$$



§9. VẼ ĐOẠN THẲNG CHO BIẾT ĐỘ DÀI

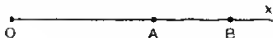
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Với bất kì số $m > 0$ bao giờ cũng xác định được trên tia Ox một điểm và chỉ một điểm M với $OM = m$



2. Dấu hiệu nhận biết một điểm nằm giữa hai điểm:

Nếu các điểm A và B thuộc tia Ox và $OA < OB$ thì điểm A nằm giữa hai điểm O và B.



II. BÀI TẬP

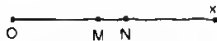
A. Bài tập mẫu

Trên tia Ox , vẽ điểm M và N biết $OM = 2\text{cm}$, $ON = 3\text{cm}$. Trong 3 điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

Bài giải

a) Dùng thước đo độ dài, đặt cạnh của thước nằm trên tia Ox sao cho vạch số 0 của thước trùng với gốc O của tia Ox .

Vạch 2cm của thước sẽ cho ta điểm M và vạch 3cm cho ta điểm N trên tia Ox .



b) Trên tia Ox ta có $2\text{cm} < 3\text{cm}$ nên $OM < ON$. Điều này chứng tỏ rằng điểm M nằm giữa hai điểm O và N.

B. Bài tập căn bản

53. Trên tia Ox , vẽ điểm M, N sao cho $OM = 3\text{cm}$, $ON = 6\text{cm}$, tính MN . So sánh OM và ON .
54. Trên tia Ox vẽ A, B, C sao cho $OA = 2\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$, $OC = 8\text{cm}$. So sánh EC và BA .
55. Gọi A, B là hai điểm trên tia Ox . Biết $OA = 8\text{cm}$, $AB = 2\text{cm}$, tính OB . Bài toán có mấy đáp án?
56. Cho đoạn thẳng AB dài 4cm . Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC = 1\text{cm}$.
a) Tính CB .
b) Lấy điểm D thuộc tia đối của tia BC sao cho $BD = 2\text{cm}$. Tính CD .
57. Đoạn thẳng AC dài 5cm . Điểm B nằm giữa A và C sao cho $BC = 3\text{cm}$.
a) Tính AB .
b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 5\text{cm}$. So sánh AB và CD .
58. Vẽ đoạn thẳng AB dài $3,5\text{cm}$. Nói cách vẽ.
59. Trên tia Ox cho ba điểm M, N, P . Biết $OM = 2\text{cm}$, $ON = 3\text{cm}$, $OP = 3,5\text{cm}$. Hỏi trong ba điểm M, N, P thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

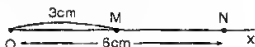
Hướng dẫn

53. - Vì $OM < ON$ ($3 < 6$) nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N và ta có:

$$OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM = 6 - 3 = 3 \text{ (cm)}$$

Vậy $MN = 3\text{cm}$

Ta có: $\begin{cases} OM = 3\text{cm} \\ MN = 3\text{cm} \end{cases} \Rightarrow OM = MN$



54. Vì $OB < OC$ ($5 < 8$) nên ta có: $OB + BC = OC$

$$\Rightarrow BC = OC - OB = 8 - 5 = 3 \text{ (cm)} \quad (1)$$

Vì $OA < OB$ ($2 < 5$) nên ta có:

$$OA + AB = OB$$

$$\Rightarrow AB = OB - OA = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $BC = AB$

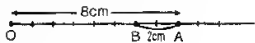


55. a) Trường hợp điểm B nằm ở giữa hai điểm O và A .

Vì B nằm giữa hai điểm O và A nên ta có:

$$OB + BA = OA$$

$$\Rightarrow OB = OA - BA = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)}$$

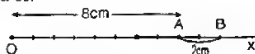


- b) Trường hợp A nằm giữa hai điểm O và B .

Vì A nằm giữa hai điểm O và B nên ta có:

$$OA + AB = OB$$

$$\text{Hay } OB = 8 + 2 = 10 \text{ (cm)}$$



Vậy bài toán có hai đáp số: $OB = 6\text{cm}$ hoặc $OB = 10\text{cm}$.

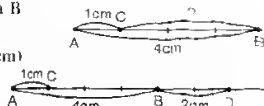
56. a) Trên đoạn thẳng AB ta có: $AC < AB$ (vì $1 < 4$)

nên điểm C nằm giữa hai điểm A và B

Ta có: $AC + CB = AB$

$$\Rightarrow CB = AB - AC = 4 - 1 = 3 \text{ (cm)}$$

Vậy $CB = 3\text{cm}$.



- b) Vì B là gốc của hai tia đối BA và BD nên B là điểm nằm giữa hai điểm A và D nên ta có:

$$AB + BD = AD \text{ hay } AD = 4 + 2 = 6 \text{ (cm)}$$

Ta có: $AC < AD$ (vì $1 < 6$) nên điểm C nằm giữa hai điểm A và D, ta có:

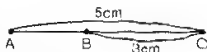
$$AC + CD = AD \Rightarrow CD = AD - AC = 6 - 1 = 5 \text{ (cm)}$$

Vậy $CD = 5\text{cm}$.

57. a) Vì B nằm giữa hai điểm A và C nên ta có:

$$AB + BC = AC$$

$$\Rightarrow AB = AC - BC = 5 - 3 = 2\text{cm. Vậy } AB = 2\text{cm.}$$



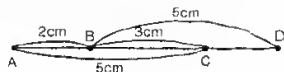
- b) Vì $BC < BD$ ($3 < 5$) nên điểm C nằm giữa hai điểm B và D, ta có

$$BC + CD = BD$$

$$\Rightarrow CD = BD - BC = 5 - 3 = 2\text{cm}$$

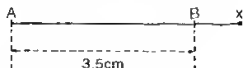
Vậy $CD = 2\text{cm}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $AB = CD$

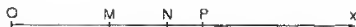


58. Cách vẽ:

Lấy điểm A tùy ý, vẽ tia Ax. Trên tia Ax xác định điểm B sao cho $AB = 3,5\text{cm}$.



59. Trên tia Ox:



$OM < ON$ (vì $2\text{cm} < 3\text{cm}$) nên M nằm giữa O và N, suy ra:

$$MN = ON - OM = 3 - 2 = 1 \text{ (cm)}$$

$OM < OP$ (vì $2\text{cm} < 3,5\text{cm}$) nên M nằm giữa O và P, suy ra:

$$MP = OP - OM = 3,5 - 2 = 1,5 \text{ (cm)}$$

Trên Mx: $MN < MP$ (vì $1\text{cm} < 1,5\text{cm}$) nên điểm N nằm giữa hai điểm M và P.

C. Bài tập nâng cao

1. Trên tia Ox vẽ hai điểm A và B sao cho $OA = 3\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$. Tính AB?

So sánh OA và AB?

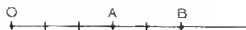
2. Cho đường thẳng $MN = 6\text{cm}$. Điểm P nằm giữa hai điểm M và N sao cho $PN = 2\text{cm}$.

a) Tính PM.

b) Trên tia đối của tia PM lấy một điểm Q sao cho $PQ = 4\text{cm}$. So sánh PM và PQ.

Giải

1. Tính AB: Vì $OA < OB$ ($3 < 5$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B



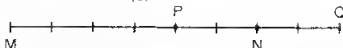
Do đó: $OB = OA + AB$ Suy ra: $AB = OB - OA = 5 - 3 = 2$ (cm) (1)

So sánh OA và AB: Ta có: $AB = 2$ cm, $OA = 3$ cm. Vậy $OA > AB$ ($3 > 2$).

2. a) Tính PM: Điểm P nằm giữa hai điểm M và N nên:

$$MN = MP + PN \Rightarrow PM = MN - PN = 6 - 2 = 4$$

Vậy $PM = 4$ cm (1)



- b) PQ là tia đối của tia PM nên điểm P nằm giữa hai điểm M và Q

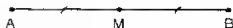
Ta lại có: $PQ = 4$ (cm) (2)

So sánh (1) và (2), ta có: $PM = PQ$.

§ 10. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A và B và cách đều A, B ($MA = MB$)



$$\bullet \text{ M là trung điểm của AB} \Rightarrow \begin{cases} \text{M nằm giữa hai điểm A, B} \\ MA = MB \end{cases}$$

2. Khoảng cách từ trung điểm của một đoạn thẳng đến mỗi đầu của nó bằng nửa độ dài đoạn thẳng ấy.

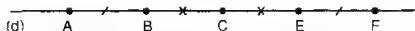
$$\bullet \text{ M là trung điểm của AB} \Rightarrow MA = MB = \frac{AB}{2}$$

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Trên một đường thẳng d ta định năm điểm lần lượt A, B, C, D, E, F sao cho $AB = EF$ và $BC = CE$. Chứng minh rằng C là trung điểm của AF.

Bài giải



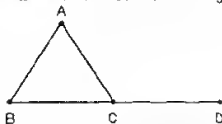
Ta có: $AC = AB + BC$; $CF = CE + EF$; $AB = EF$ (gt); $BC = CE$ (gt)

Suy ra: $AC = AB + BC = EF + CE = CE + EF = CF$

Vậy $AC = CF$

B. Bài tập căn bản

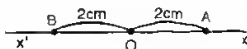
60. Trên tia Ox , vẽ hai điểm A và B , sao cho $OA = 2\text{cm}$, $OB = 4\text{cm}$.
- Điểm A có nằm giữa hai điểm O và B không?
 - So sánh OA và AB .
 - Điểm A có là trung điểm của đoạn thẳng OB không? Vì sao?
61. Cho hai tia đối nhau Ox, Ox' . Trên tia Ox vẽ điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Ox' vẽ điểm B sao cho $OB = 2\text{cm}$. Hỏi O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?
62. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng xx', yy' . Trên xx' vẽ đoạn thẳng CD dài 3cm , trên yy' vẽ đoạn thẳng EF dài 5cm sao cho O là trung điểm chung của cả hai đoạn thẳng ấy.
63. Khi nào ta kết luận được điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB ? Em hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu hỏi sau:
- Cho biết $IA = IB$;
 - Cho biết $AI + IB = AB$;
 - Cho biết $AI + IB = AB$ và $IA = IB$;
 - Cho biết $IA = IB = \frac{AB}{2}$
64. Cho đoạn thẳng AB dài 6cm . Gọi C là trung điểm của AB . Lấy D và E là hai điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AD = BE = 2\text{cm}$. Vì sao C là trung điểm của DE ?
65. Xem hình bên.
- Đo các đoạn thẳng AB, BC, CD, CA rồi điền vào chỗ trống các phát biểu sau:
- Điểm C là trung điểm của ... vì ...
 - Điểm C không là trung điểm của ... vì ... C không thuộc đoạn thẳng AB .
 - Điểm A không là trung điểm của BC vì ...



Hướng dẫn

60. a) Trên tia Ox ta có $OA < OB$ (vì $2 < 4$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B .
- b) Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B nên ta có:
- $$OA + AB = OB$$
- $$\Rightarrow AB = OB - OA = 4 - 2 = 2 \text{ (cm)}$$
- Vậy $OA = AB$
- c) Ta có: $\begin{cases} A \text{ nằm giữa hai điểm } A \text{ và } B \\ OA = AB \end{cases}$
- $$\Rightarrow A \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } OB.$$
61. Ta có Ox và Ox' là hai tia đối nhau nên $x'Ox$ là một đoạn thẳng.

Điểm A trên tia Ox và điểm B trên tia Ox' nên điểm O nằm giữa hai điểm A và B (1).



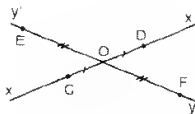
Ta còn có $OA = OB = 2\text{cm}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có O là trung điểm của AB.

62. Vẽ hai đường thẳng $x'x$ và $y'y$ cắt nhau tại O.

Lấy O làm tâm vẽ đường tròn có bán kính bằng 1,5 cm cắt đường thẳng $x'x$ tại hai điểm C và D mà $CD = 3\text{cm}$

Lấy O làm tâm vẽ đường tròn có bán kính bằng 2,5 cm cắt đường thẳng $y'y$ tại hai điểm E và F mà $EF = 5\text{cm}$.



63. Câu c) đúng

64. Ta có C là trung điểm của AB nên:

$$CA = CB = \frac{AB}{2} = 3(\text{cm})$$

- Ta có: $AD < AC$ (vì $2 < 3$)

nên D nằm giữa hai điểm A và C, ta có:

$$AD + DC = AC \Rightarrow DC = AC - AD = 3 - 2 = 1(\text{cm}) \quad (1)$$

- Ta có: $BE < BC$ (vì $2 < 3$) nên E nằm giữa hai điểm B và C.

$$\text{Ta có: } BE + EC = BC \Rightarrow EC = BC - BE = 3 - 2 = 1(\text{cm}) \quad (2)$$

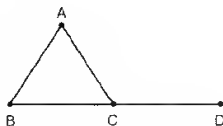
Từ (1) và (2) ta có: $CD = CE$ (*)

Hơn nữa CD và CE là hai tia đối nhau nên điểm C nằm giữa hai điểm D và E (**).

Từ (*) và (**) ta có C là trung điểm của DE.



65. a) Điểm C là trung điểm của BD vì C thuộc BD và $CB = CD$
 b) Điểm C không là trung điểm của AB vì điểm C không thuộc AB.
 c) Điểm A không là trung điểm của BC vì A không thuộc BC.



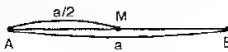
C. Bài tập nâng cao

19. Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng a. Trên tia AB, ta lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$. Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Giải

Ta có M nằm giữa hai đầu đoạn thẳng AB nên:

$$AM + MB = AB \Rightarrow MB = AB - AM = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$$



Ta có M nằm giữa hai đầu đoạn thẳng AB và $MA = MB = \frac{a}{2}$.

Vậy có M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

20. Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng a, điểm C ở giữa hai điểm A và B, điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AC, điểm N là trung điểm của đoạn thẳng CB
- Tính độ dài MN nếu $a = 4\text{cm}$
 - Chứng tỏ rằng $MN = \frac{a}{2}$
 - Kết quả ở câu b) còn đúng không nếu C thuộc tia đối của tia AB hoặc C thuộc tia đối của tia BA?

Giải

- a) Tính MN nếu $a = 4\text{cm}$.

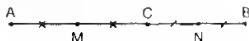
Vì M là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $AC = 2MC$ (1)

Và N là trung điểm của CB nên $CB = 2CN$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $AC + CB = 2MC + 2CN$

Hay $AB = 2(MC + CN) = 2MN$

Suy ra $MN = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2(\text{cm})$

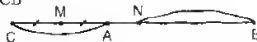


- b) Chứng minh rằng $MN = \frac{a}{2}$. Từ câu a) ta có $MN = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

- c) Ta có: $CM = \frac{CA}{2}$; $CN = \frac{CB}{2}$ và $CA < CB$

Suy ra M ở giữa C và N. Do đó:

$$MN = CN - CM = \frac{CB}{2} - \frac{CA}{2} = \frac{CB - CA}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$



Vậy kết quả câu b) vẫn đúng nếu điểm C thuộc tia đối của tia AB.

* Trường hợp C thuộc tia đối của tia BA, kết quả câu b) vẫn đúng (giải tương tự như trên)

21. Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó.

- a) Chứng tỏ rằng nếu C là điểm ở giữa M và B thì $CM = \frac{CA - CB}{2}$

- b) Kết quả câu a) còn đúng nếu C thuộc đường thẳng AB nhưng không thuộc AB

Giải

- a) Chứng minh: $CM = \frac{CA - CB}{2}$



Vì M nằm giữa A và C, ta có:

$$CA = CM + MA = CM + MB \text{ (do } MA = MB)$$

$$CA = CM + CM + CB \text{ (do C nằm giữa MB nên } MB = MC + CB)$$

$$CA = 2CM + CB \Rightarrow CM = \frac{CA - CB}{2}$$

- b) Trường hợp C thuộc đường thẳng AB nhưng không thuộc đoạn thẳng AB.

- * Trường hợp C thuộc tia đối của tia AB.

Ta có $CM = CA + AM$

$$\begin{aligned}\text{Hay } CM &= CA + \frac{AB}{2} = CA + \frac{CB - CA}{2} \\ &= \frac{2CA + CB - CA}{2} = \frac{CA + CB}{2}\end{aligned}$$

- * Trường hợp C thuộc tia đối của tia BA.

Chứng minh tương tự:

$$CM = \frac{CA + CB}{2}$$



Vậy kết quả câu a) không còn đúng nếu C thuộc đường thẳng AB nhưng không thuộc đoạn AB.

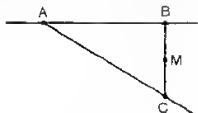
ÔN TẬP PHẦN HÌNH HỌC

Câu hỏi, bài tập

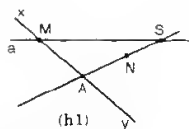
- Đoạn thẳng AB là gì?
- Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vẽ đường thẳng AB, tia AC, đoạn thẳng BC và điểm M nằm giữa B, C.
- Đánh dấu hai điểm M, N rồi vẽ đường thẳng a và đường thẳng xy cắt nhau tại M và không đi qua N. Lấy điểm A khác M trên tia My.
 - Xác định điểm S trên đường thẳng a sao cho S, A, N thẳng hàng. Trong trường hợp đường thẳng AN song song với đường thẳng a, có vẽ được điểm S không? Vì sao? Hãy vẽ hình minh họa trường hợp đó.
- Vẽ bốn đường thẳng phân biệt. Đặt tên cho các giao điểm.
- Cho ba điểm thẳng hàng A, B, C. Chỉ đo hai lần, cho biết độ dài ba đoạn thẳng AB, BC, AC. Có mấy cách làm?
- Cho đường thẳng AB dài 6cm. Trên tia AB lấy điểm M sao cho $AM = 3\text{cm}$.
 - Điểm M có nằm giữa A và B không? Vì sao?
 - So sánh AM và BM.
 - M có là trung điểm của AB không?
- Cho đoạn thẳng AB dài 7cm. Vẽ trung điểm của của đoạn thẳng AB.
- Vẽ hai đường thẳng xy và zt cắt nhau tại O. Lấy A thuộc tia Ox, B thuộc tia Ot, C thuộc tia Oy, D thuộc tia Oz sao cho $OA = OC = 3\text{cm}$, $OB = 2\text{cm}$, $OD = 2\text{OB}$.

Hướng dẫn

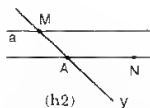
- Đoạn thẳng AB là hình gồm hai điểm A, B và tất cả các điểm nằm giữa A và B.
- * Đường thẳng AB
* Tia AC
* Đoạn thẳng AC
* M nằm giữa B, C.



3. a)



(h1)

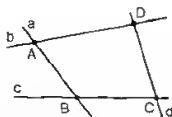
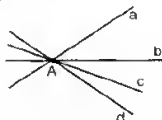


(h2)

b) Nối A và N cắt đường thẳng a tại một điểm, đó là điểm S trên đường thẳng a (h1).

Đó là trường hợp điểm N và tia My nằm trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng a và đường thẳng AN song song với đường thẳng a (h2).

4.



5. Có 3 cách làm:
- Cách 1: Đo AB, BC
Đoạn $AC = AB + BC$
 - Cách 2: Đo AB, AC
Đoạn $BC = AC - AB$
 - Cách 3: Đo AC, BC
Đoạn $AB = AC - BC$



6. a) Vì $AM < AB$ (vì $3 < 6$)

Do đó điểm M nằm giữa hai điểm A và B.

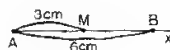
b) Vì M nằm giữa hai điểm A và B nên :

$$AM + MB = AB \Rightarrow MB = AB - AM = 6 - 3 = 3 \text{ (cm)}$$

Vậy $MB = 3\text{cm}$

Ta có: $AM = 3\text{cm}$; $MB = 3\text{cm}$. Vậy $AM = MB$

c) Từ kết quả câu a) và câu b) ta có M là trung điểm của AB.



7.



8. Vẽ hai đường thẳng xy và zt cắt nhau tại O.

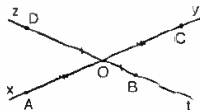
Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 3\text{cm}$;

Trên tia Oy lấy điểm C sao cho $OC = 3\text{cm}$.

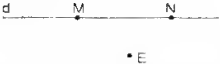
Trên tia Ot lấy điểm B sao cho $OB = 2\text{cm}$;

Trên tia Oz lấy điểm D sao cho $OD = 2OB = 2 \cdot 2 = 4\text{cm}$.

Ta có hình vẽ thỏa mãn yêu cầu đề bài.



CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG I

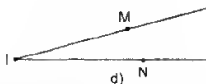
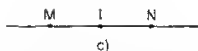
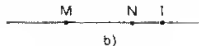
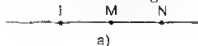
1. Cho hình bên. Hãy chọn câu trả lời đúng.
- 
- A. Trên đường thẳng d chỉ có hai điểm M và N .
 B. Trên đường thẳng d có vô số điểm và một điểm nằm ngoài đường thẳng d .
 C. Chỉ có điểm E không thuộc đường thẳng d .
 D. Có vô số điểm thuộc đường thẳng d và có vô số điểm không thuộc đường thẳng d .

2. Cho hình vẽ dưới. Chọn câu phát biểu đúng.



- A. Hai điểm E và G nằm cùng phía với điểm D .
 B. Ba điểm E , D , F nằm cùng phía với điểm G .
 C. Hai điểm G và F nằm cùng phía với điểm E .
 D. Hai điểm D và G nằm khác phía với điểm E .
3. Chọn câu trả lời đúng. Cho ba điểm A , B , C . Cứ qua hai điểm vẽ được một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là :
 A. Vô số B. 1 C. 2 D. 1 hoặc 3.

4. Chọn câu trả lời đúng. Cho các hình vẽ sau :



Hình vẽ thể hiện hai tia MI và MN đối nhau là :

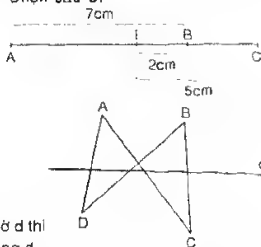
- A. Hình a B. Hình b C. Hình c D. Hình d.
5. Chọn câu trả lời đúng. Cho đoạn thẳng PQ và điểm M nằm giữa P và Q . Điều kiện để điểm M là trung điểm của PQ là :
 A. $MP = MQ$ B. $MP = MQ$ và $MP + MQ = PQ$
 C. $MP + MQ = PQ$ D. $MP + MQ > PQ$.
6. Chọn câu phát biểu đúng.
 A. Số đo độ dài đoạn thẳng là một số tự nhiên ;
 B. Số đo độ dài đoạn thẳng là một số dương ;
 C. Số đo độ dài đoạn thẳng là một số lẻ ;
 D. Số đo độ dài đoạn thẳng là một số chẵn.
7. Chọn câu trả lời đúng. Trên tia Ox , vẽ các đoạn thẳng OR , OS sao cho $OR = 4\text{cm}$, $OS = 8\text{cm}$ thì :

- A. $OR < RS$ B. $OR > RS$ C. $OR = RS$ D. $OS = RS$.
8. *Chọn câu trả lời đúng.* Trên đường thẳng d, chọn $AB = 7\text{cm}$, $BI = 2\text{cm}$, $IC = 5\text{cm}$. Biết A, I nằm cùng phía so với điểm B và I, C nằm khác phía so với điểm B. Độ dài đoạn thẳng AC bằng :
A. 10cm B. 12cm C. 14cm D. 13cm .
9. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho 4 điểm A, B, C, D không nằm trên đường thẳng d, trong đó A và B thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ d, còn C và D thuộc nửa mặt phẳng kia. Cắt qua 2 điểm và được một đoạn thẳng. Số đoạn thẳng cắt đường thẳng d là :
A. 0 B. 2 C. 6 D. 4.
10. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho 6 điểm A, B, C, D, E, G không nằm trên đường thẳng d. Cắt qua hai điểm và được một đoạn thẳng. Số đoạn thẳng cắt đường thẳng d nhiều nhất là :
A. 9 B. 12 C. 8 D. 10.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG I

1. *Chọn câu D.* 2. *Chọn câu C.*
3. Nếu A, B, C thẳng hàng thì vẽ được một đường thẳng.
Nếu A, B, C không thẳng hàng thì vẽ được ba đường thẳng. *Chọn câu D.*
4. *Chọn câu A.* 5. *Chọn câu B.*
6. *Chọn câu B.* 7. *Chọn câu C.*
8. Ta có : $AC = AB + BC$ (hình bên)
mà $BC = IC - IB = 5 - 2 = 3\text{ (cm)}$
 $\Rightarrow AC = AB + BC = 10\text{ (cm)}$

Chọn câu A.



9. *Chọn câu D.* (hình bên)
10. Hai điểm ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ d thì đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt đường thẳng d. Nếu có x điểm thuộc nửa mặt phẳng bờ d và y điểm còn lại thuộc nửa mặt phẳng đối ($x, y \in \mathbb{N}$, và $x + y = 6$).

Ta có x.y là số đoạn thẳng cắt đường thẳng d. Để x, y thỏa mãn điều kiện trên và x, y là lớn nhất thì $x = 3, y = 3$, tức là $x.y = 9$. Ta có thể thử lại như sau:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1	0
x.y	0	5	8	9	8	5	0

Chọn câu A.

MỤC LỤC

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I. ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

§1. TẬP HỢP - PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP	5
§2. TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN	7
§3. GHI SỐ TỰ NHIÊN	8
§4. SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP - TẬP HỢP CON	11
§5. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN	14
§6. PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA	20
§7. LUY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN - NHÂN HAI LUY THỪA CÙNG CƠ SỐ	26
§8. CHIA HAI LUY THỪA CÙNG CƠ SỐ	29
§9. THU TỤ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH - ƯỚC LƯỢNG KẾT QUẢ PHÉP TÍNH	31
§10. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG	34
§11. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5	37
§12. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 3, CHO 9	41
§13. ƯỚC VÀ BỘI	45
§14. SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ	48
§15. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ	52
§16. ƯỚC CHUNG VÀ BỘI CHUNG	56
§17. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT	59
§18. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT	63
ÔN TẬP CHƯƠNG I	67

Chương II. SỐ NGUYÊN

§1. LÀM QUEN VỚI SỐ NGUYÊN AM	71
§2. TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN	72
§3. THU TỤ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN	74
§4. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU	78
§5. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU	79
§6. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG CÁC SỐ NGUYÊN	82
§7. PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN	87
§8. QUY TẮC "DẤU NGOÁC"	90
§9. QUY TẮC "CHUYỂN VỀ"	93
§10. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU	96
§11. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU	98
§12. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN	102
§13. BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN	106
ÔN TẬP CHƯƠNG II	109

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. ĐOẠN THẲNG

§1. ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG	115
§2. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG	119
§3. ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM	123
§4. THỰC HÀNH	126
§5. TIA	127
§6. ĐOẠN THẲNG	131
§7. ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG	135
§8. KHI NÀO THÌ $AM + MB = AB$?	137
§9. VẼ ĐOẠN THẲNG CHO BIẾT ĐỘ DÀI	140
§10. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG	143
ÔN TẬP PHẦN HÌNH HỌC	147

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội

Điện thoại : (04) 3971 4896; (04) 3972 4770 - Fax : (04) 3971 4899

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Giám đốc : PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập : PHAM THỊ TRÂM

Biên tập : Quốc Trung

Sửa bài : Đặng Thị Bình

Trình bày : Diệu Tâm

Bìa : Công ty Sách Hoa Hồng

Đối tác liên kết xuất bản : Công ty Sách Hoa Hồng

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 6 - Tập một

Mã số : 1L-63ĐH2009

In 5000 cuốn, khổ 16 x 24cm tại Công ty Cổ Phần In Tiến Giang.

Số xuất bản: 253-2009/CXB/17-41/ĐHQGHN ngày 25/03/2009.

Quyết định xuất bản số : 63 LK-TN/XB.

In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2009